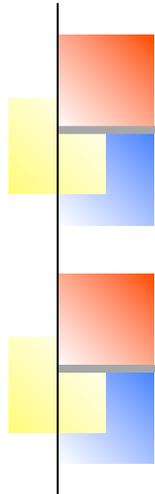


INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Física IV



Cap 41 – Mecânica Quântica em 1D

Prof. Daniel Jonathan

Niterói, Janeiro 2016

A Equação de Schrödinger



Erwin Schrödinger, físico austríaco, descobriu esta equação em 1925 (Nobel 1933)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

- Nos diz qual tem de ser a função de onda de uma partícula de energia E bem-definida, submetida a uma energia potencial da forma $U(x)$
- É a equação-chave da Mecânica Quântica

A Equação de Schrödinger

Motivação: encontrar uma 'equação de onda' para as funções de onda

Uma onda senoidal de comprimento de onda λ : $\psi(x) = \psi_0 \text{sen} \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)$

satisfaz a eq. diferencial $\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{(2\pi)^2}{\lambda^2} \psi(x)$

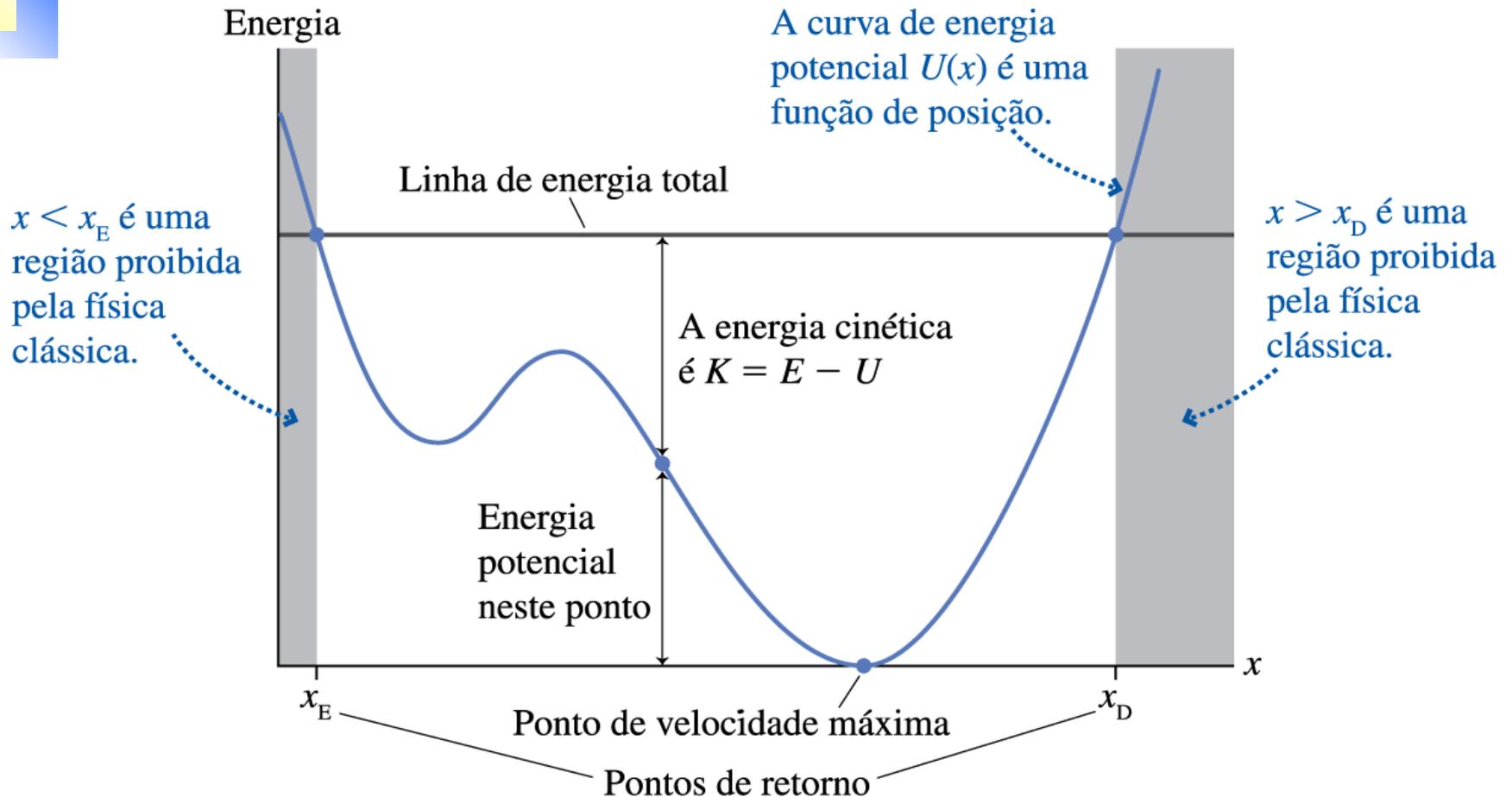
Ideia 1: para concordar com a relação de De Broglie, precisamos

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{p^2}{h^2} = \frac{2mK}{h^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2mK}{\hbar^2} \psi(x)$$

Ideia 2: vamos assumir que essa relação continua valendo se a partícula está numa região com energia potencial $U(x) = E - K(x)$ dependente da posição

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

Recordando: diagramas de energia potencial

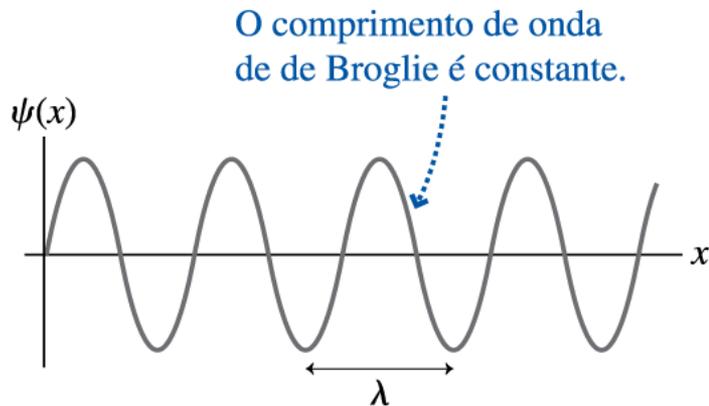
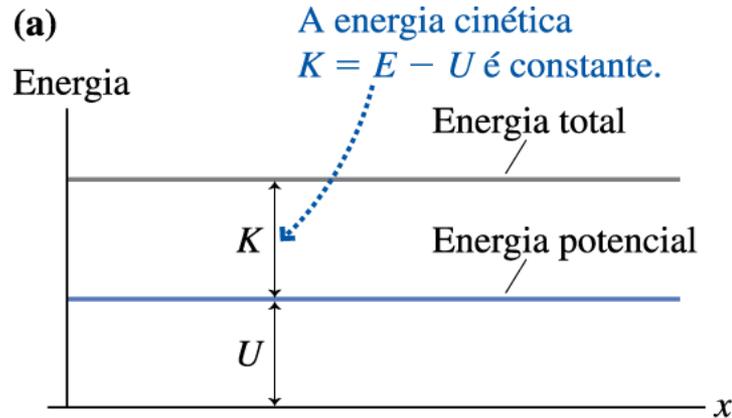


Em física clássica: podemos também usar forças, via $F(x) = -dU(x)/dx$

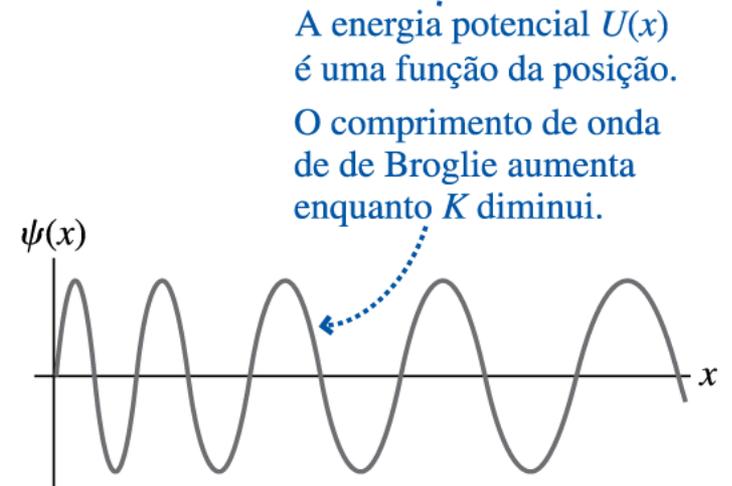
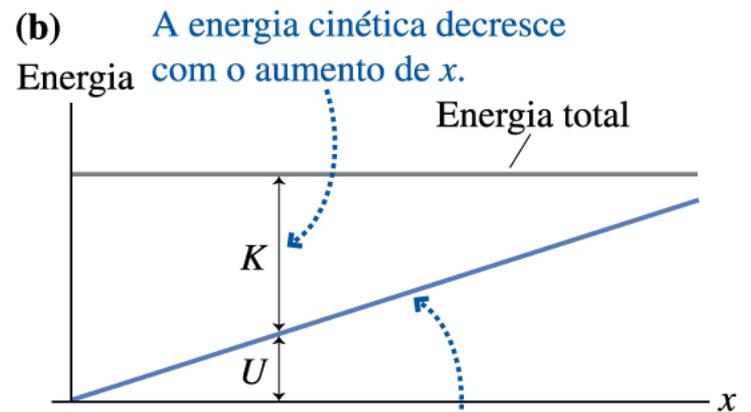
Em MQ: **Não falaremos mais em forças, já que partículas não têm posição bem-definida!**

Energia cinética e comprimento de onda

U constante



U dependente de x ($U_g = mgx$)



Resolvendo a Equação de Schrödinger

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

- Eq. diferencial linear, 2ª ordem
- Para cada valor de E há em princípio 2 soluções independentes $\psi_1(x)$ e $\psi_2(x)$; Solução geral da forma

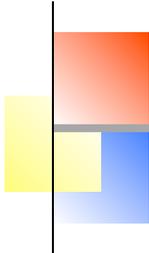
$$\psi(x) = A\psi_1(x) + B\psi_2(x)$$

- Para ser uma solução **física**, $\psi(x)$ deve satisfazer ainda **condições de contorno**:

1. É uma função contínua \longrightarrow $d\psi(x)/dx$ também contínua exceto em pontos x onde $U(x) \rightarrow \infty$

2. Normalizada: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \longrightarrow \psi(x) \rightarrow 0$ para $x \rightarrow \pm\infty$

Em geral **só haverá soluções físicas para certos valores discretos de E**



Resolvendo a Equação de Schrödinger

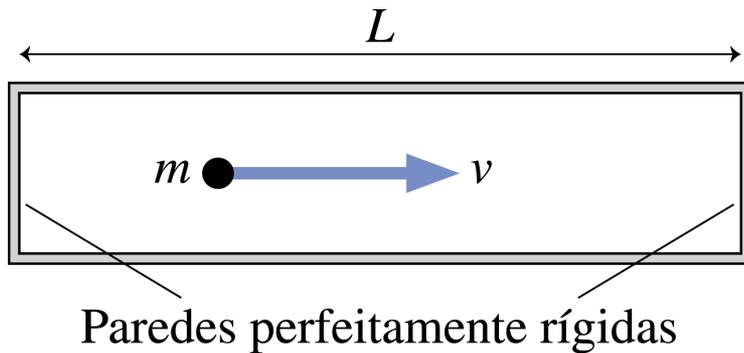
$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

Estratégia geral para analisar uma situação física usando esta equação

1. Proponha/chute uma curva $U(x)$ que sirva de **modelo** para essa situação física.
2. Encontre a solução geral para a equação de Schrödinger
3. Imponha as condições de contorno apropriadas, e descubra para quais valores de E existe uma solução que as obedece. Esses serão os níveis de energia permitidos para o sistema! As funções de onda correspondentes são chamadas **estados estacionários**
4. Estude as propriedades dos estados estacionários, notando por exemplo onde há mais probabilidade de encontrar a partícula, como seu comprimento de onda se comporta, etc.

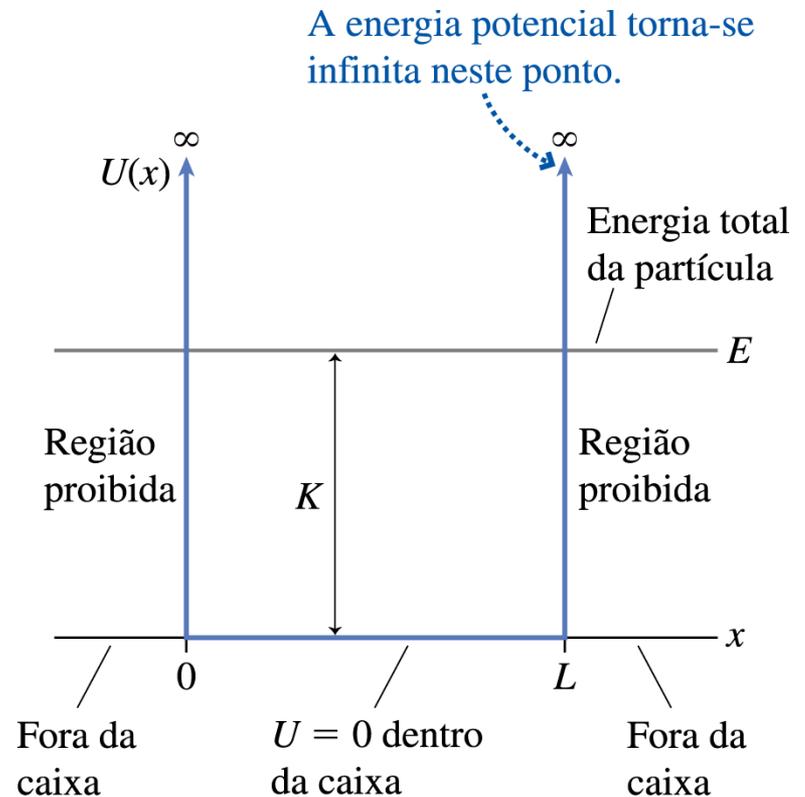
Exemplo: partícula em uma caixa rígida

Situação física (idealizada)



Detalhes da solução – vide quadro/ livro-texto

Modelo



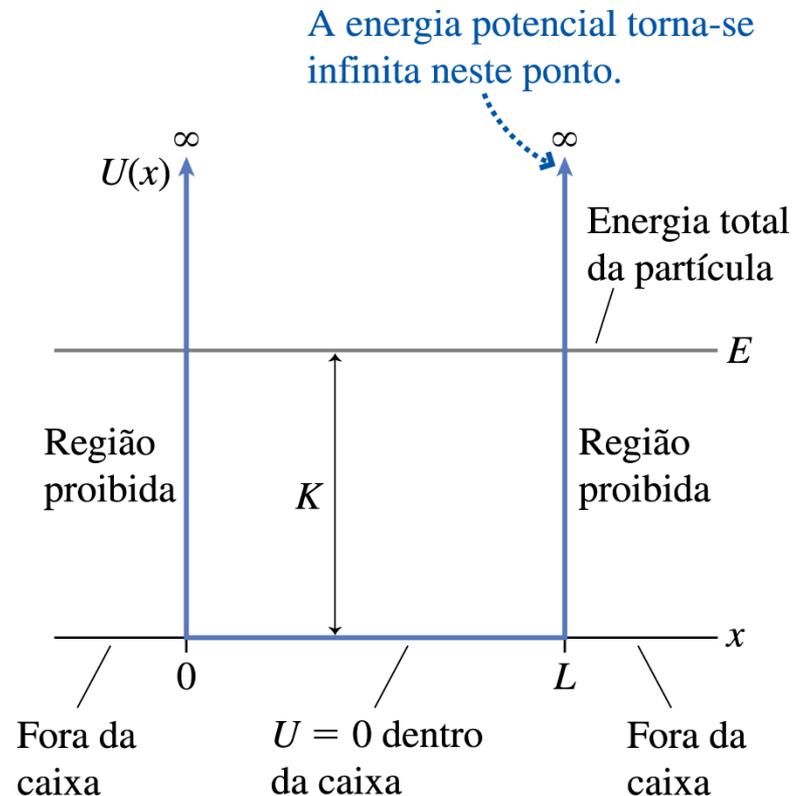
Exemplo: partícula em uma caixa rígida

Modelo

P: qual a solução geral da Eq. de Schrodinger nesse caso ?

- a) $A \sin(kx)$
- b) $A \sin(kx) + B \cos(kx)$
- c) $A \exp(kx)$
- d) $A \exp(kx) + B \exp(-kx)$

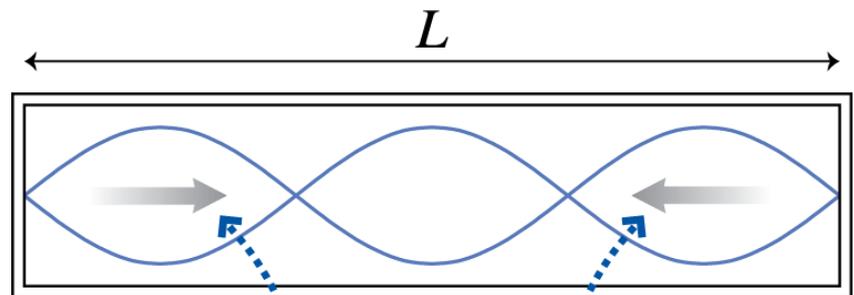
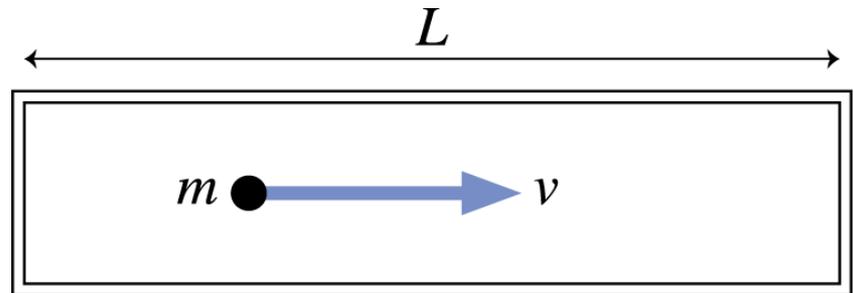
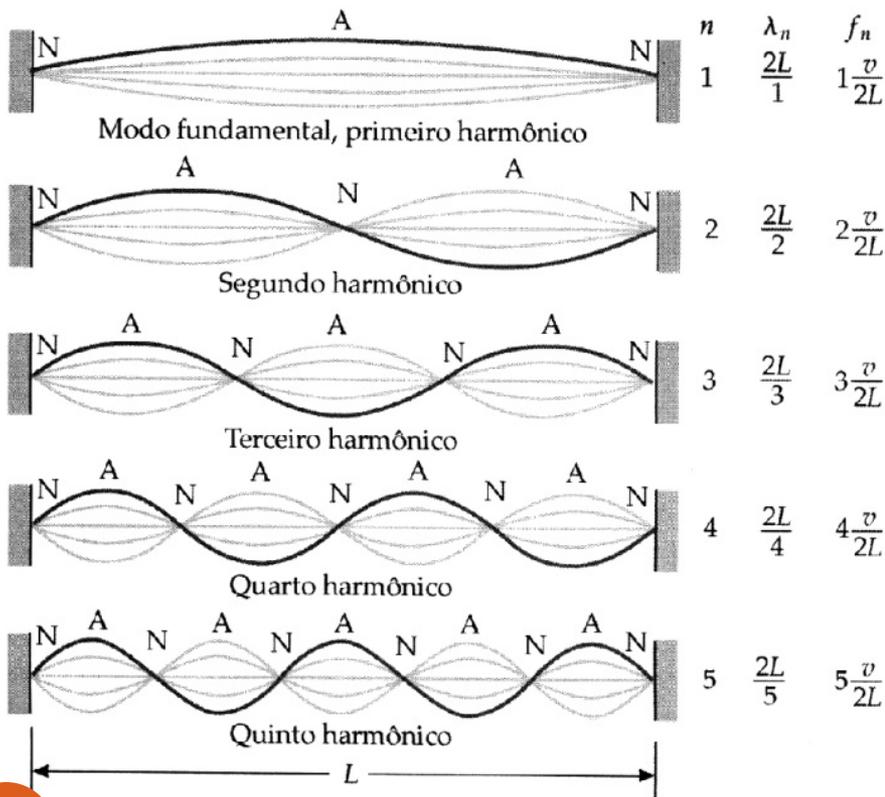
onde $k = (2mK)^{1/2}/\hbar$



Relembrando... do cap 39

Partícula em uma caixa

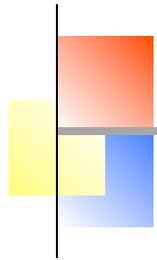
Ressonância e onda estacionária:



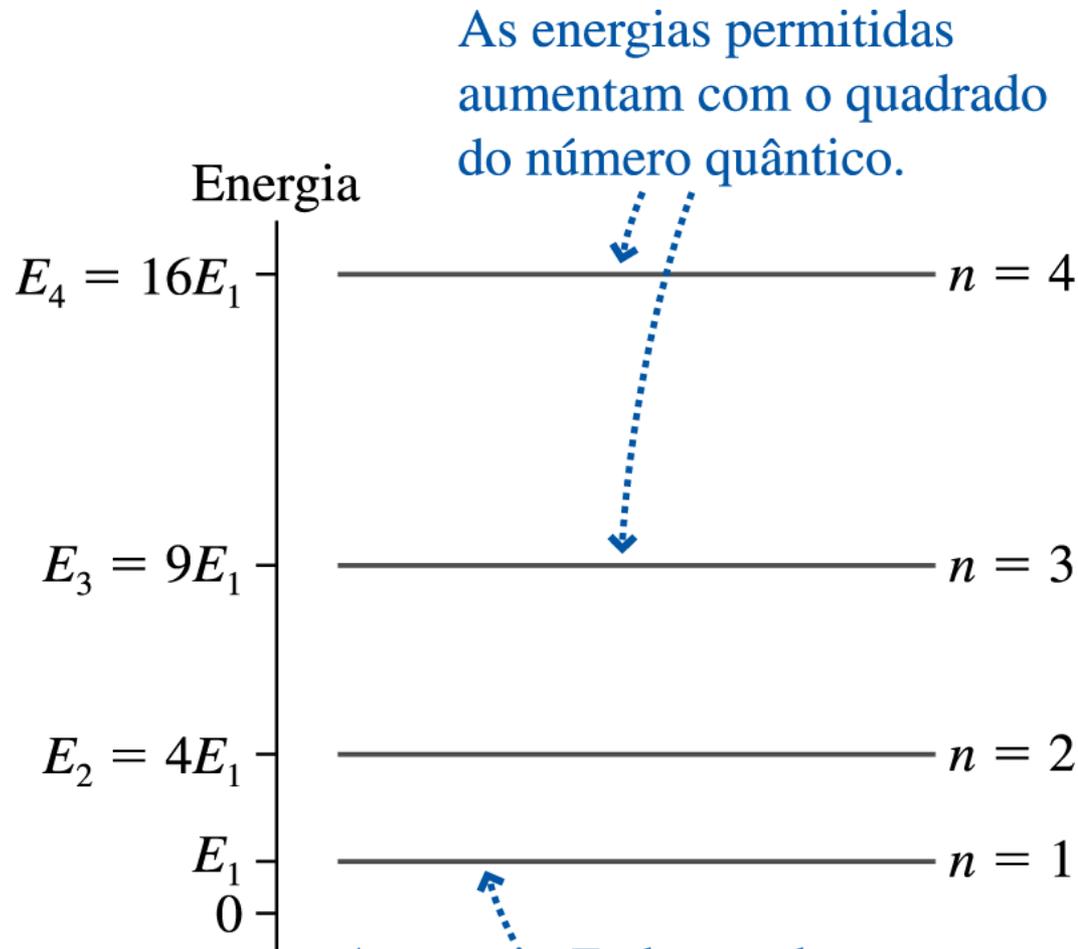
Ondas de matéria se deslocam em ambos os sentidos.

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

Níveis de energia para partícula em uma caixa rígida



$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$



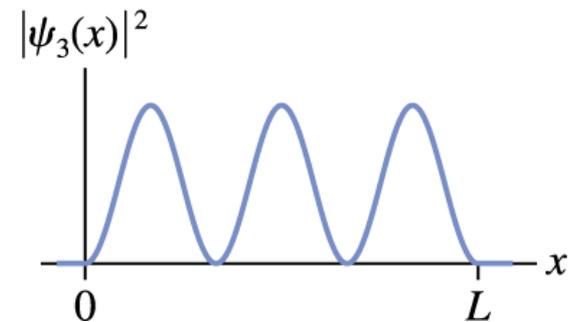
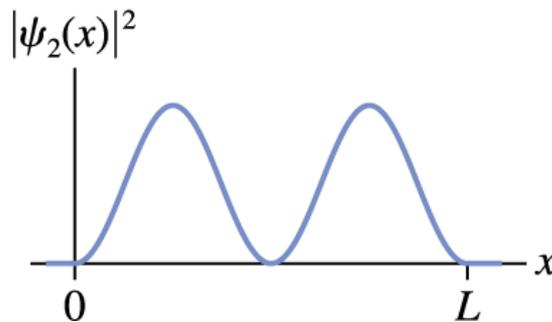
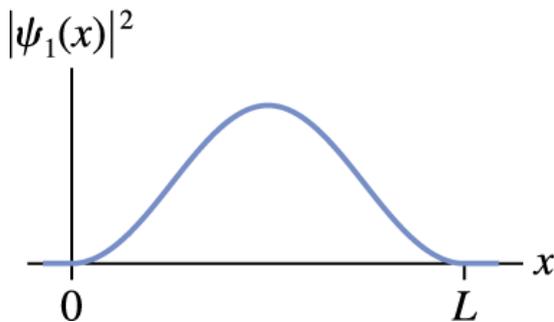
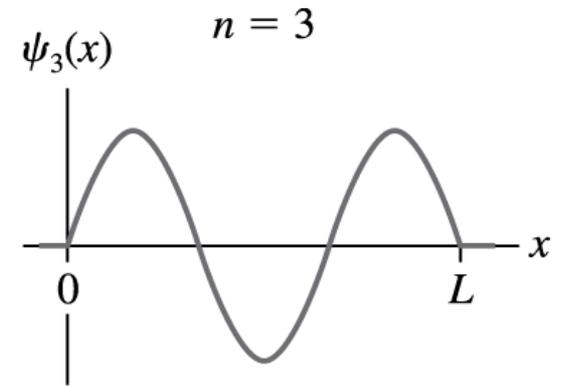
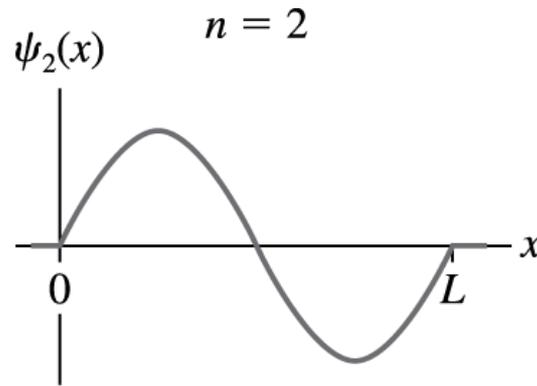
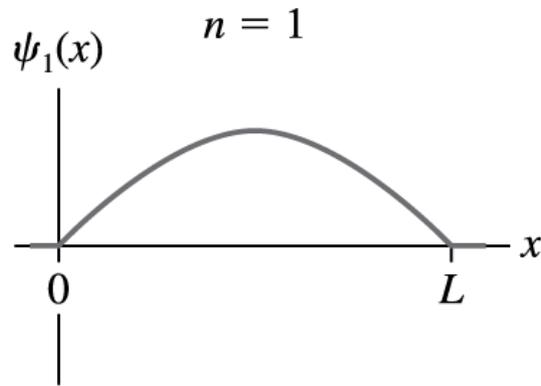
As energias permitidas aumentam com o quadrado do número quântico.

A energia E_1 do estado fundamental é maior do que 0.

necessário para $\Delta x \Delta p \gtrsim \hbar$!

Caixa rígida: Funções de Onda e $P(x)$ para estados estacionários

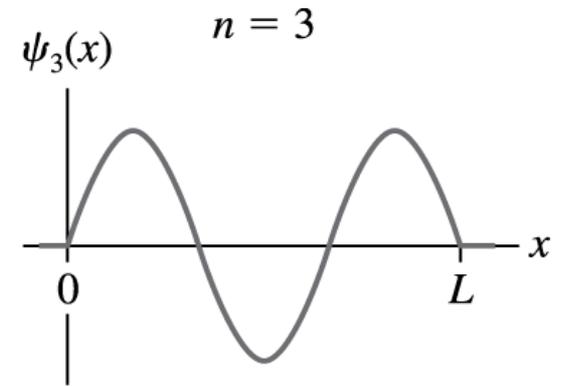
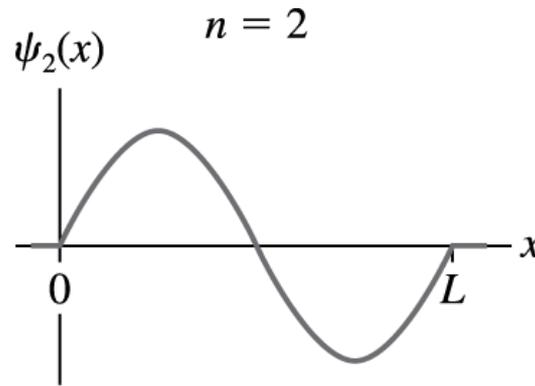
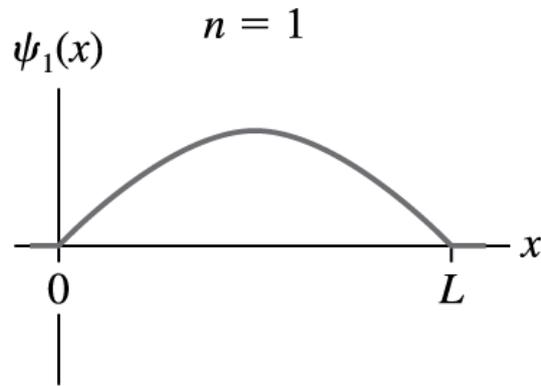
$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{L} \right)$$



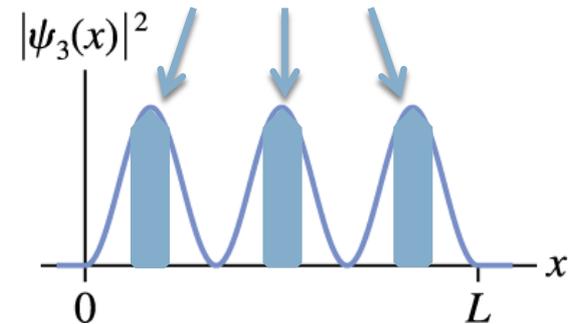
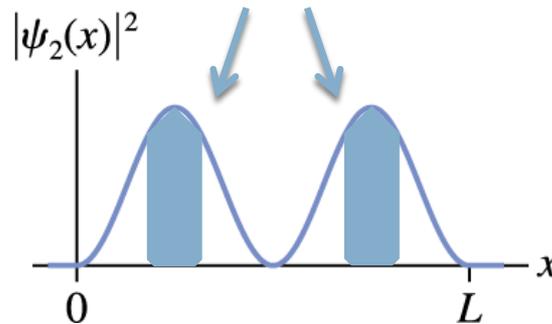
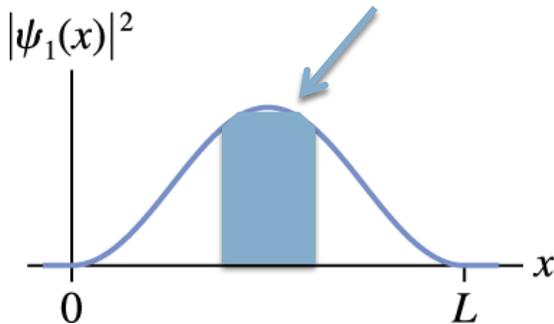
$$P_n(x) = |\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{L} \operatorname{sen}^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right)$$

Caixa rígida: Funções de Onda e $P(x)$ para estados estacionários

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \operatorname{sen} \left(\frac{n\pi x}{L} \right)$$

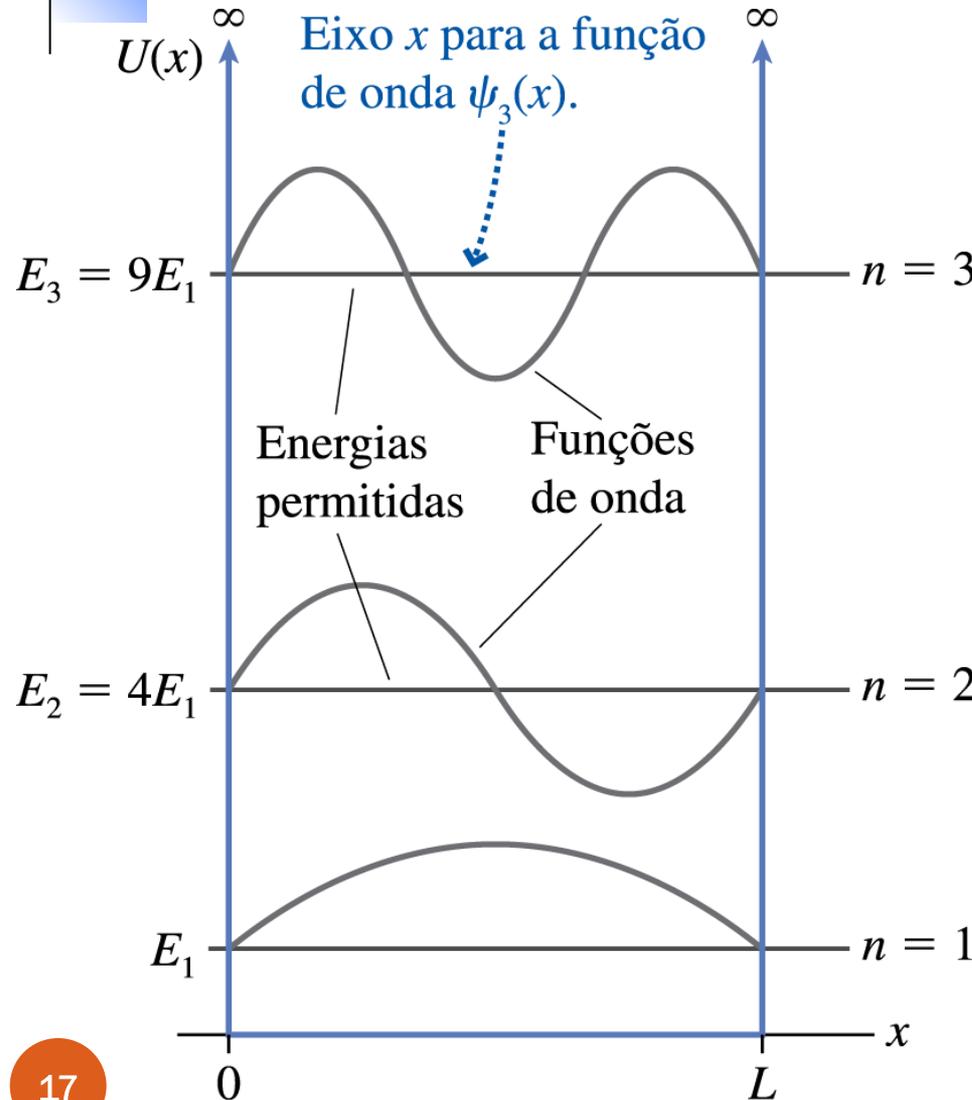


Regiões com maior probabilidade de encontrarmos a partícula



$$P_n(x) = |\psi_n(x)|^2 = \frac{2}{L} \operatorname{sen}^2 \left(\frac{n\pi x}{L} \right)$$

Funções de Onda e Energias do poço infinito: diagrama compacto



Mesmo eixo x para níveis de energia e funções de onda.

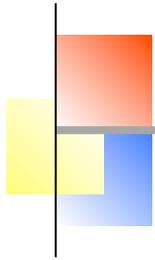
Eixo y tem dupla função:

- para os níveis, representa valores de energia;
- para as funções de onda representa amplitude.

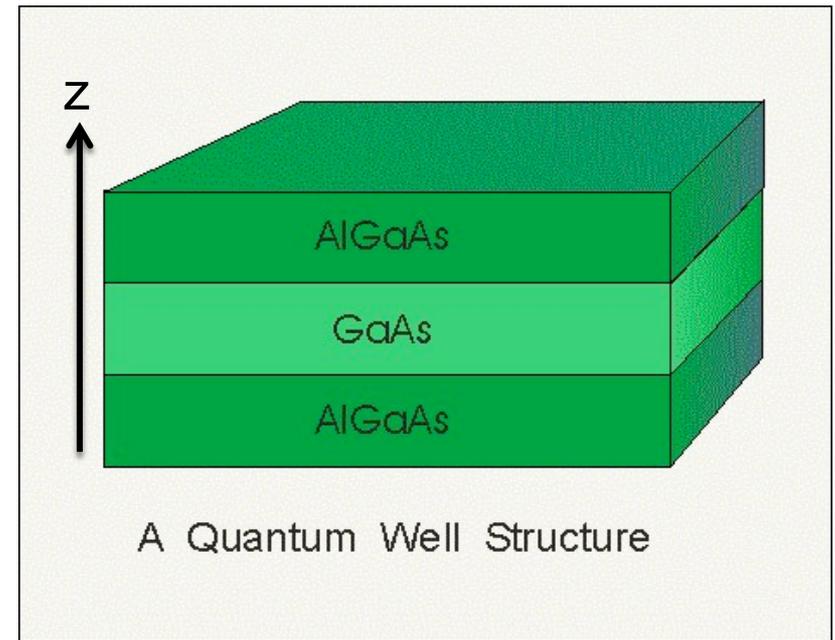
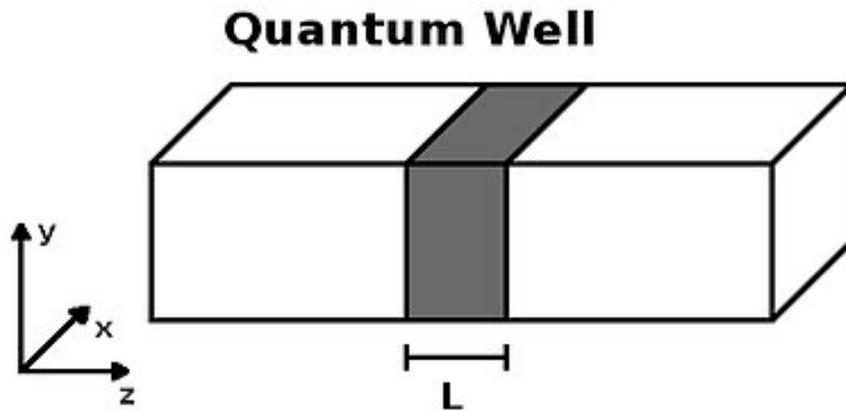
Ainda, cada função de onda ψ_n está representada como se o zero do 'seu' eixo y estiver na altura da energia E_n correspondente

Note que: $\psi_n(x)$ possui **(n-1) nós** (zeros), excluídos os extremos, e **n antinodos** (máximos e mínimos)

Realização física (aproximada): poço quântico



Poço quântico: estrutura formado 'sandwichando' um material entre dois outros (em geral ambos semicondutores), tais que elétrons necessitem de um grande energia para passar do material do meio para o das bordas



Exemplo: estimando o tamanho de um 'poço quântico'

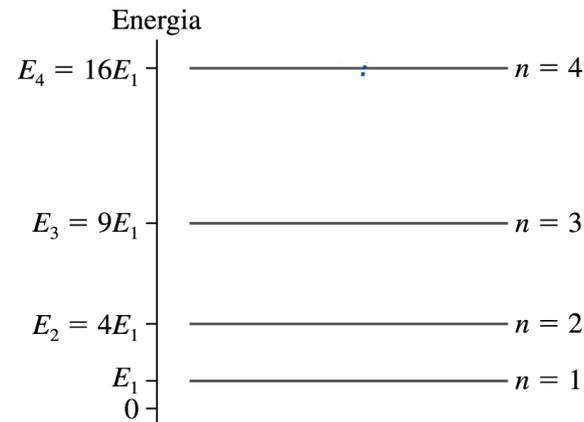
Ex: um elétron está contido em um poço quântico 1D com um comprimento L desconhecido. Inicialmente, esperamos o dispositivo emitir toda a sua energia espontaneamente, e depois o iluminamos com radiação de diferentes frequências.

Verificamos que o maior comprimento de onda que ele é capaz de absorver é $\lambda = 1098\text{nm}$. **Qual é o comprimento do poço?**
Dados:

$$h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ N.m}$$

$$hc = 1242 \text{ eV.nm}$$

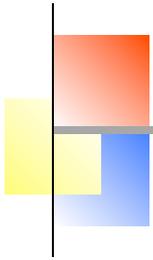
$$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} = 0.51 \text{ MeV} / c^2$$



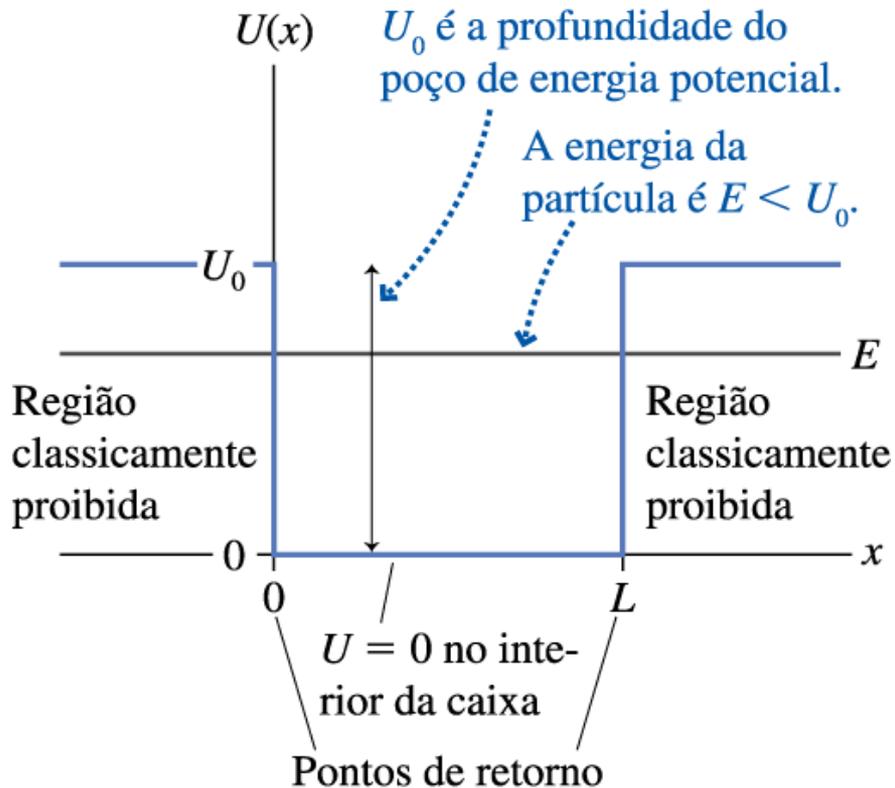
$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

- A) Aprox. 1 nm
- B) Aprox. 10 nm
- C) Aprox. 100 nm
- D) Aprox. 1000 nm

Poço de Potencial Finito



(a) $U = 0$ no interior do poço



ex: bom modelo para um elétron num fio!

ar **fio** ar

$U_0 - E_1 \leftrightarrow$ 'função trabalho' !

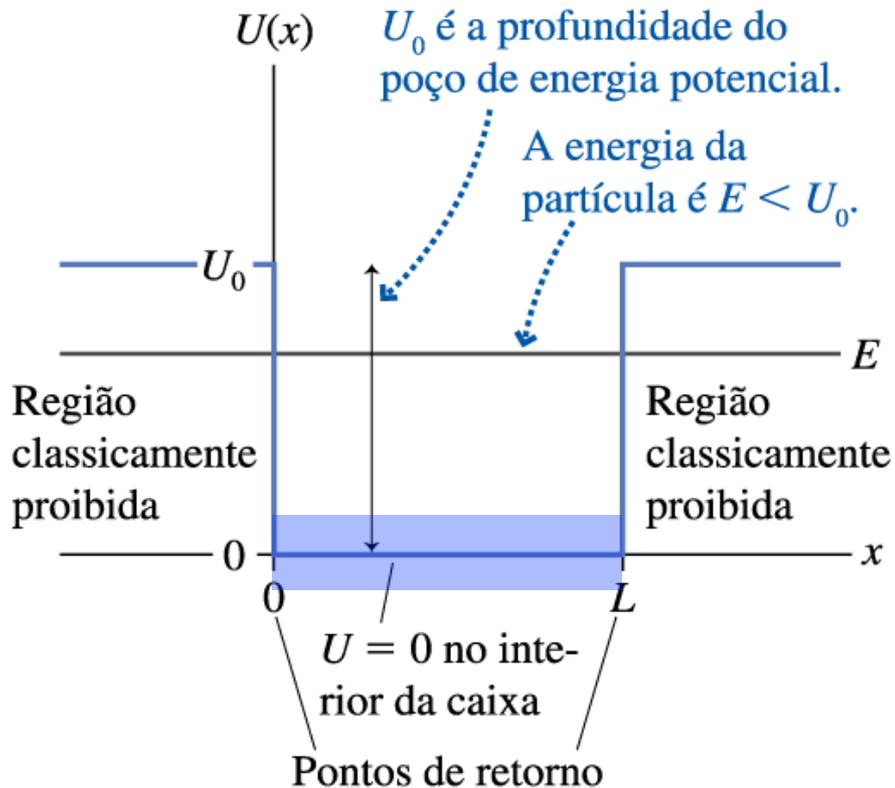
Pró: modelo mais realista que o poço infinito qdo a partícula tem energia que não é desprezível comparada à da 'barreira'

Contra: modelo mais difícil de resolver matematicamente.

Poço de Potencial Finito

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

(a) $U = 0$ no interior do poço



P: qual a solução geral da Eq. de Schrodinger no interior do poço ?

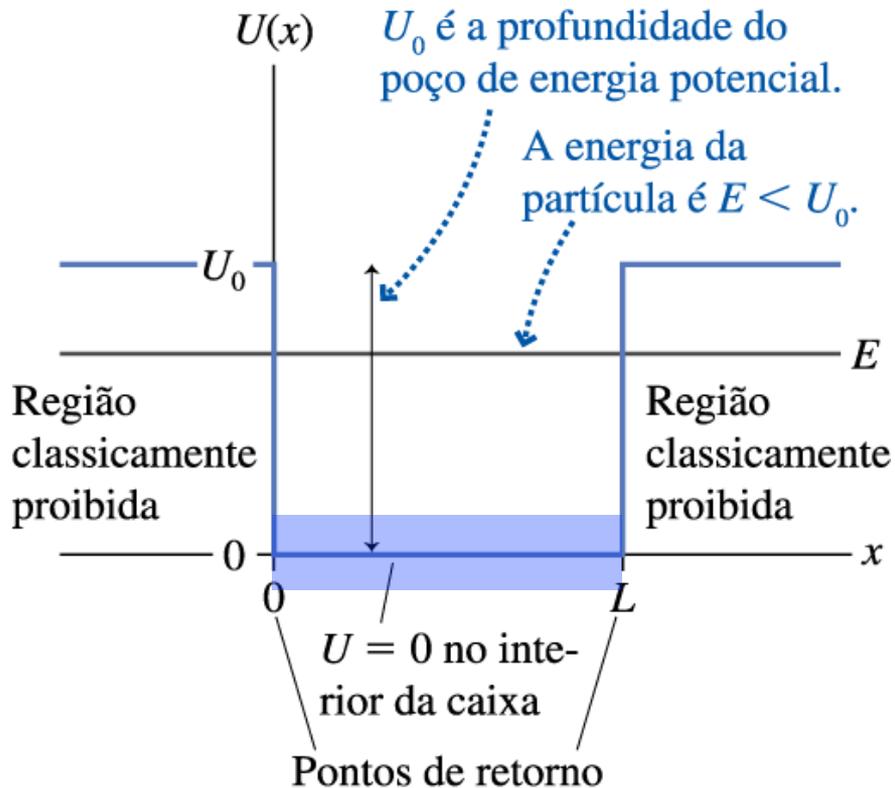
- a) $A \sin(kx)$
- b) $A \sin(kx) + B \cos(kx)$
- c) $A \cosh(kx) + B \sinh(kx)$
- d) $A \exp(kx) + B \exp(-kx)$

onde

$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Poço de Potencial Finito

(a) $U = 0$ no interior do poço



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

Solução geral no interior do poço: igual à do poço infinito!

$$\psi(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx)$$

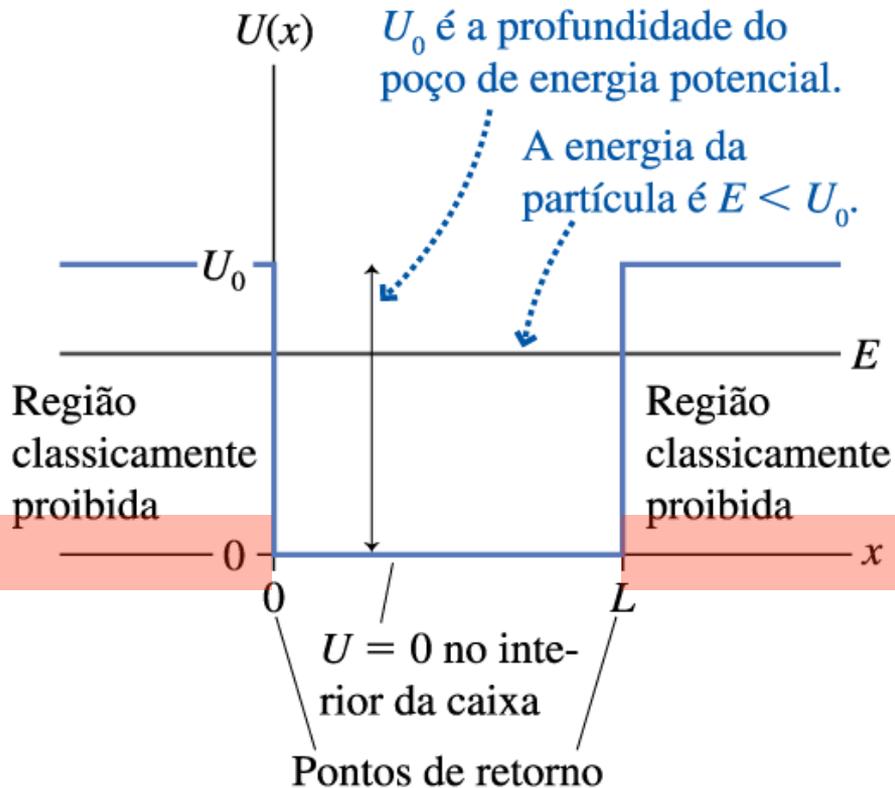
$$k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

Porém... condições de contorno diferentes!

Poço de Potencial Finito

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

(a) $U = 0$ no interior do poço



P: qual a solução geral da Eq. de Schrodinger no **exterior** do poço (**região classicamente proibida**)?

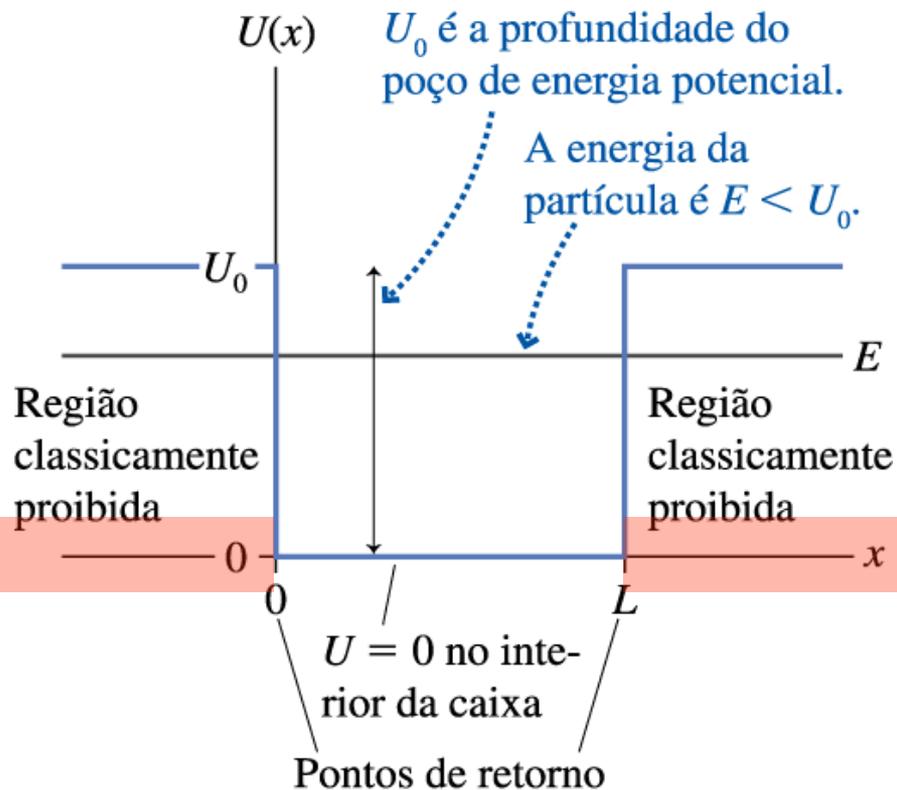
- a) $\equiv 0$ (a função é nula)
- b) $C \sin(x/\eta) + D \cos(x/\eta)$
- c) $C \exp(i x/\eta) + D \exp(-i x/\eta)$
- d) $C \exp(x/\eta) + D \exp(-x/\eta)$

onde

$$\eta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

Poço de Potencial Finito

(a) $U = 0$ no interior do poço



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} [E - U(x)] \psi(x)$$

Solução geral no **exterior** do poço (região classicamente proibida):

$$\psi(x) = C \exp(x/\eta) + D \exp(-x/\eta)$$

$$\eta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

Impondo a condição de contorno:

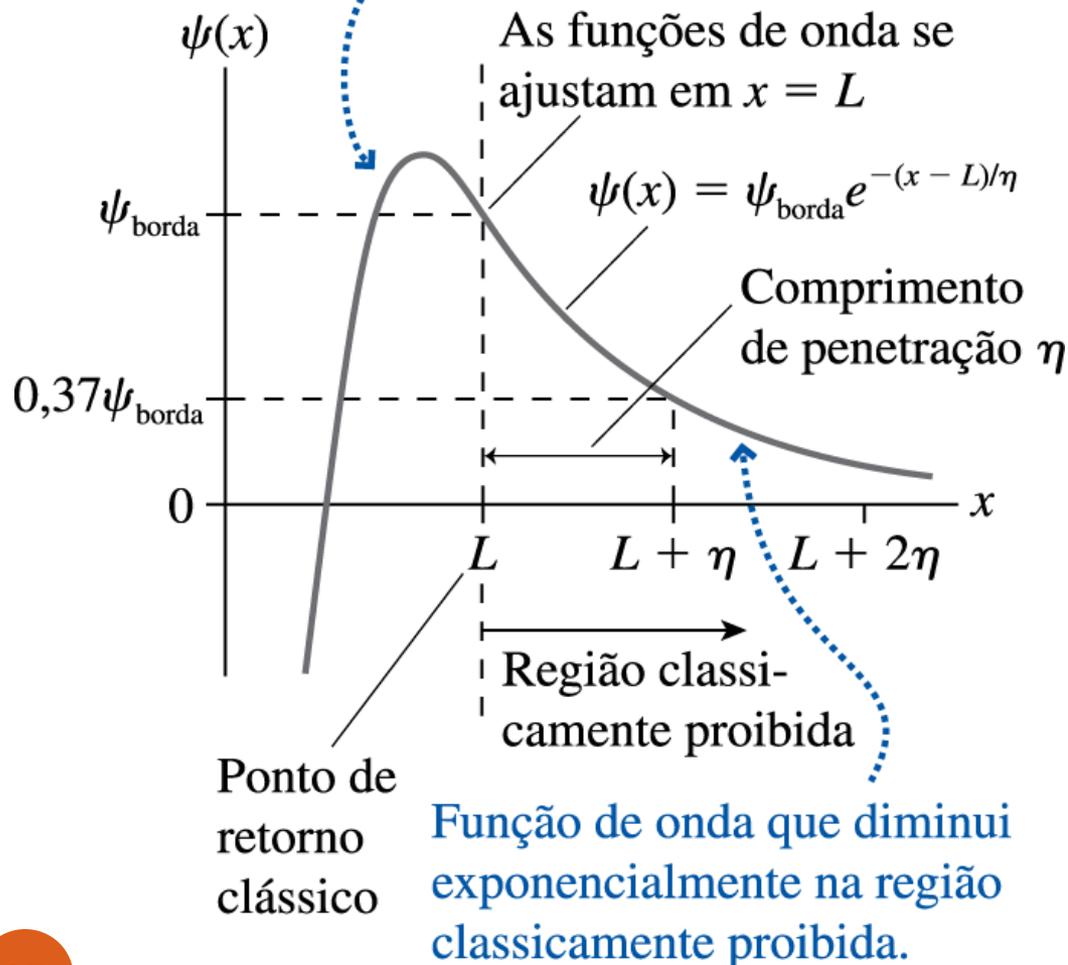
$$\psi(x) \rightarrow 0 \text{ para } x \rightarrow \pm\infty$$

$$\psi(x \geq L) = \psi(L) \exp\left[-\left(\frac{x-L}{\eta}\right)\right]$$

$$\psi(x \leq 0) = \psi(0) \exp\left[\frac{x}{\eta}\right]$$

Funções de Onda na região classicamente proibida

A função de onda é oscilatória dentro do poço de potencial



1) o comprimento de penetração η depende do inverso de $E - U_0$, ou seja, **quanto menor for essa diferença, maior será a penetração** na região classicamente proibida.

2) Da mesma forma, η depende do inverso da massa, ou seja **quanto mais leve a partícula, maior será a penetração** na região classicamente proibida.

Funções de onda do Poço de Potencial Finito

Quanto vale, aproximadamente, o comprimento de penetração na região classicamente proibida para um elétron com energia tal que $U_0 - E \sim 1,0 \text{ eV}$?

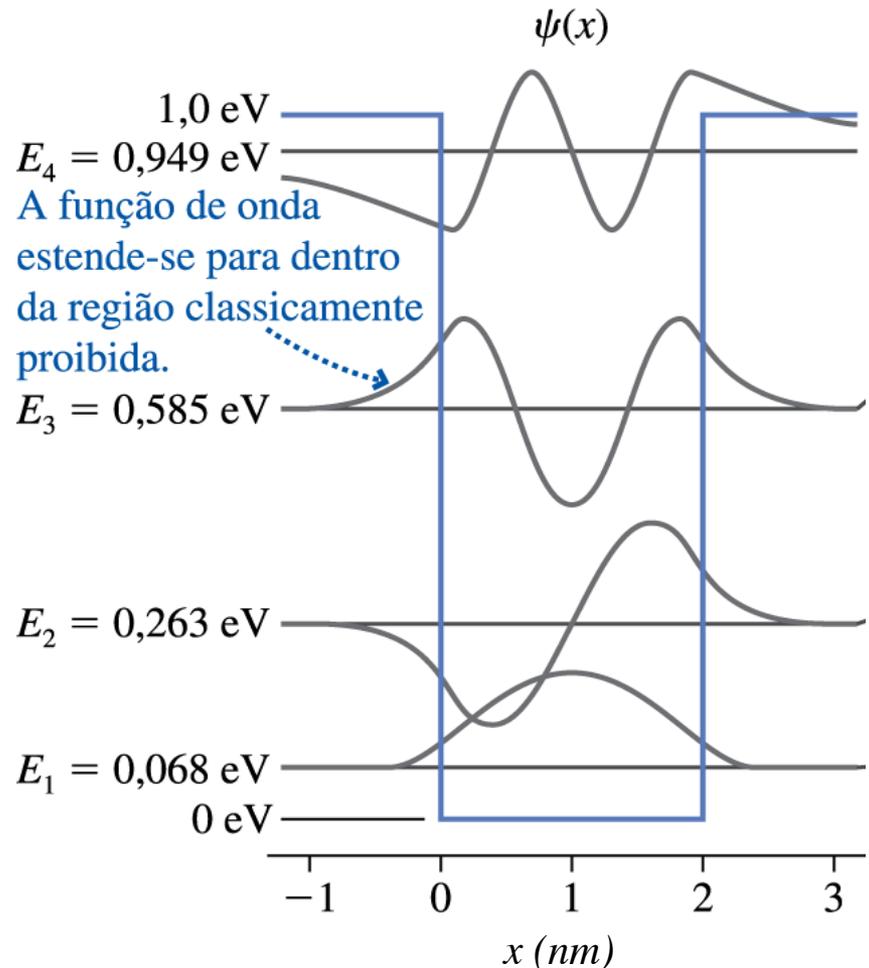
- A) 10nm
- B) 1nm
- C) 0,1nm
- D) 0,01nm

Funções de onda do Poço de Potencial Finito

Quanto vale, aproximadamente, o comprimento de penetração na região classicamente proibida para um elétron com energia tal que $U_0 - E \sim 0,01 \text{ eV}$?

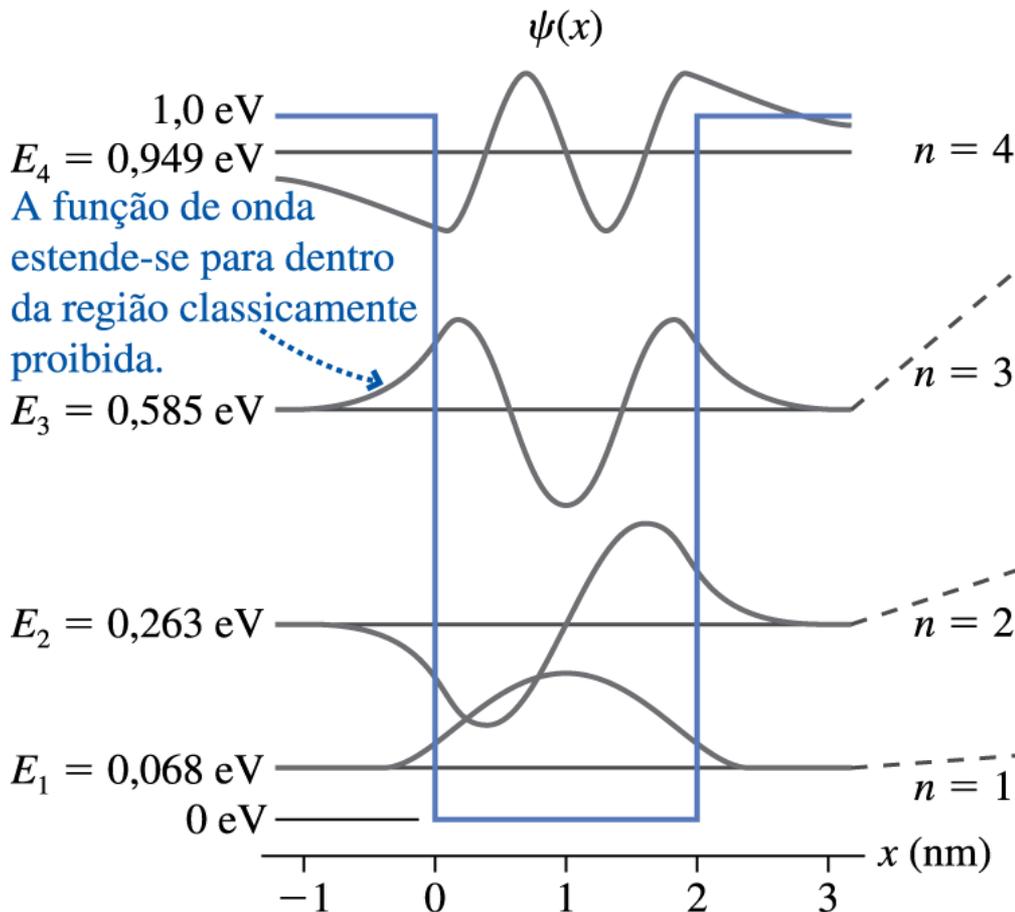
- A) 10nm
- B) 1nm
- C) 0,1nm
- D) 0,01nm

(a) Poço de potencial finito

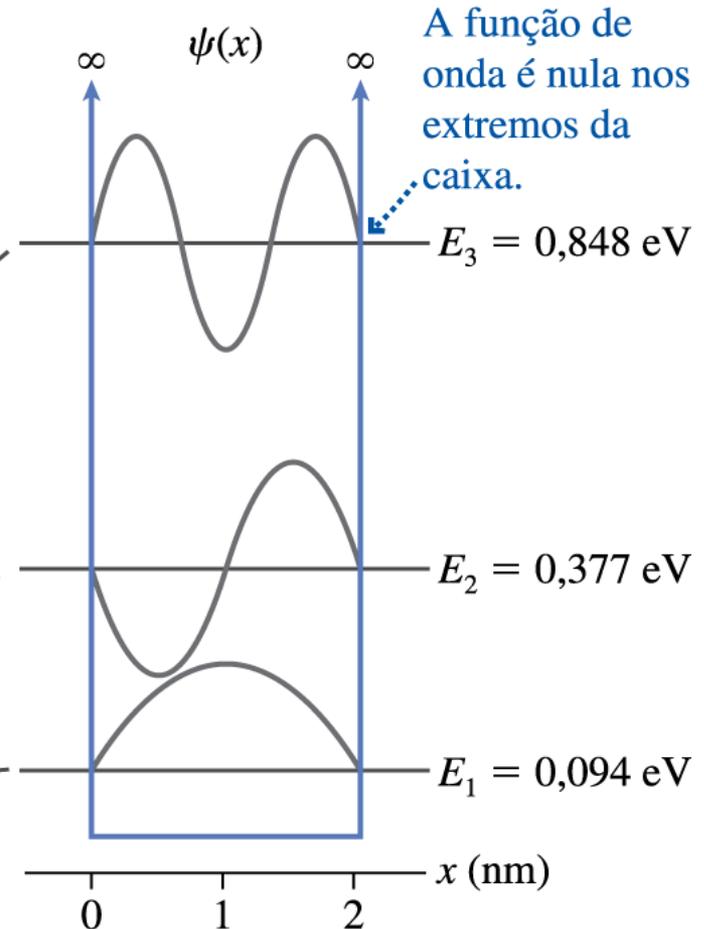


Comparando soluções dos poços de potencial Finito e Infinito de mesma largura

(a) Poço de potencial finito

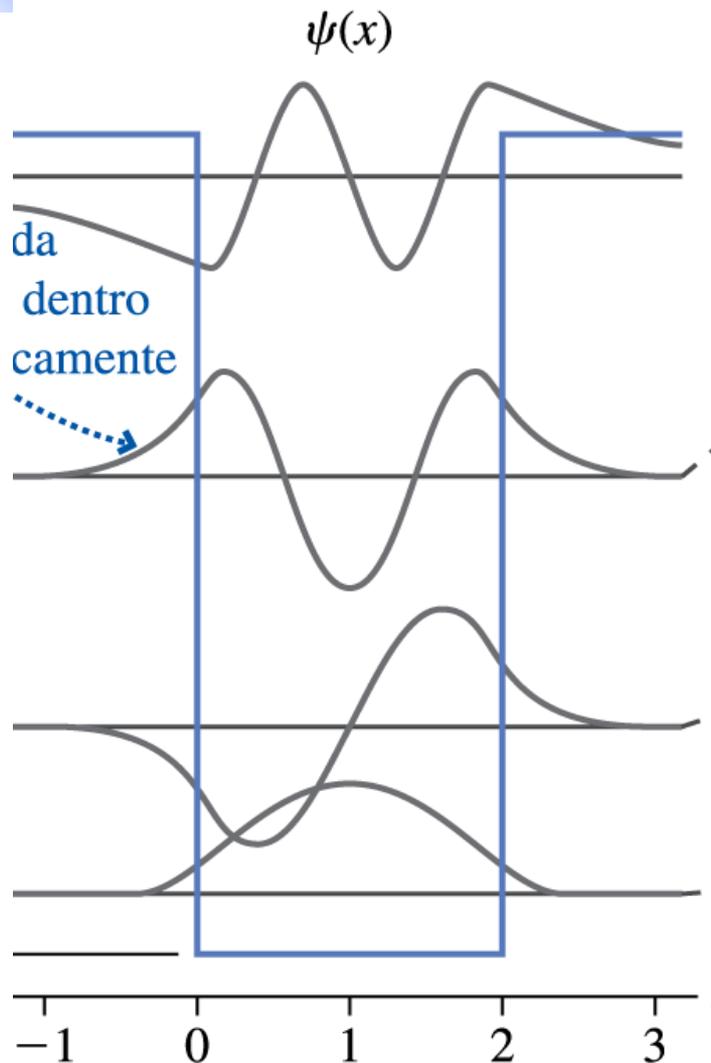


(b) Partícula em uma caixa rígida



Para o mesmo n , poço finito tem oscilações mais 'largas'
→ λ maior → p menor → K menor → E menor!

Funções de onda do Poço de Potencial Finito

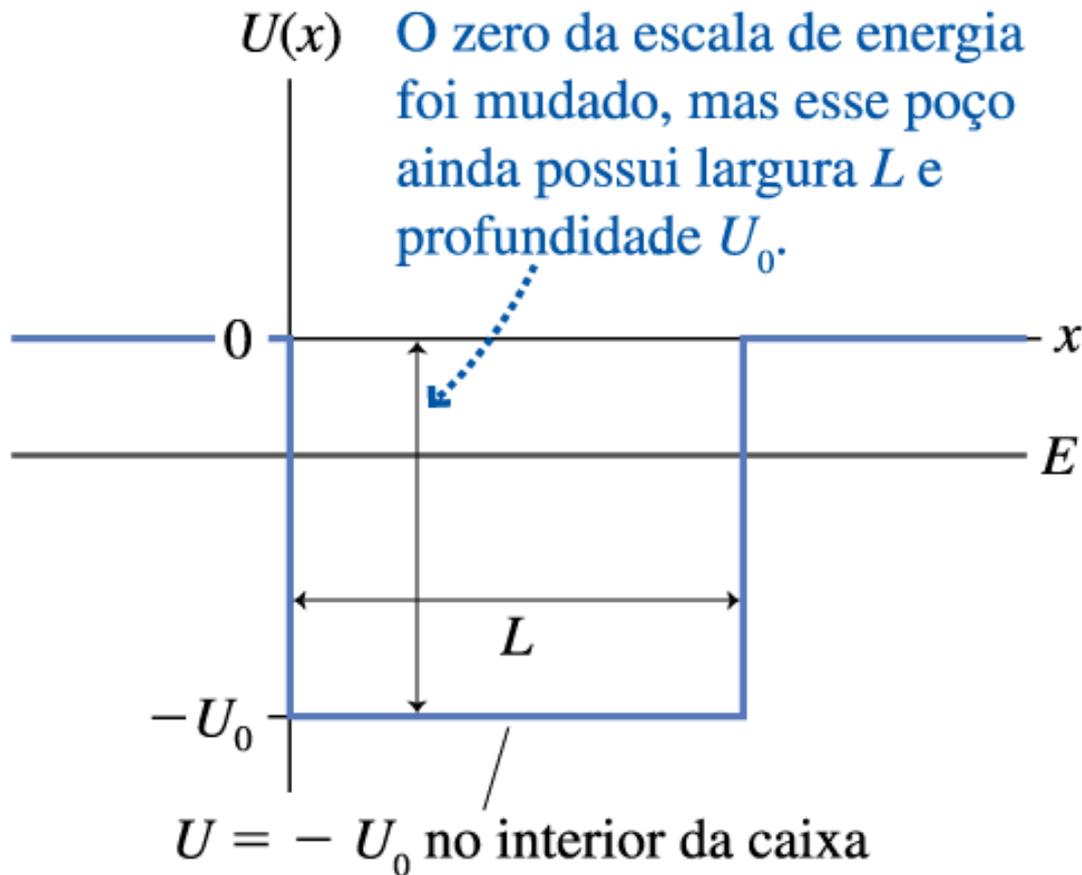


Resumindo:

- 1) A energia é quantizada.
- 2) Existe apenas um número finito de estados ligados.
- 3) Funções de onda são qualitativamente semelhantes às da partícula em uma caixa rígida.
- 4) Porém, aqui elas se estendem para as regiões classicamente proibidas.
- 5) A energia do nível n do poço finito é sempre inferior à do nível n do poço infinito

Poço de Potencial Finito – descrição alternativa

(b) $U = 0$ no exterior do poço



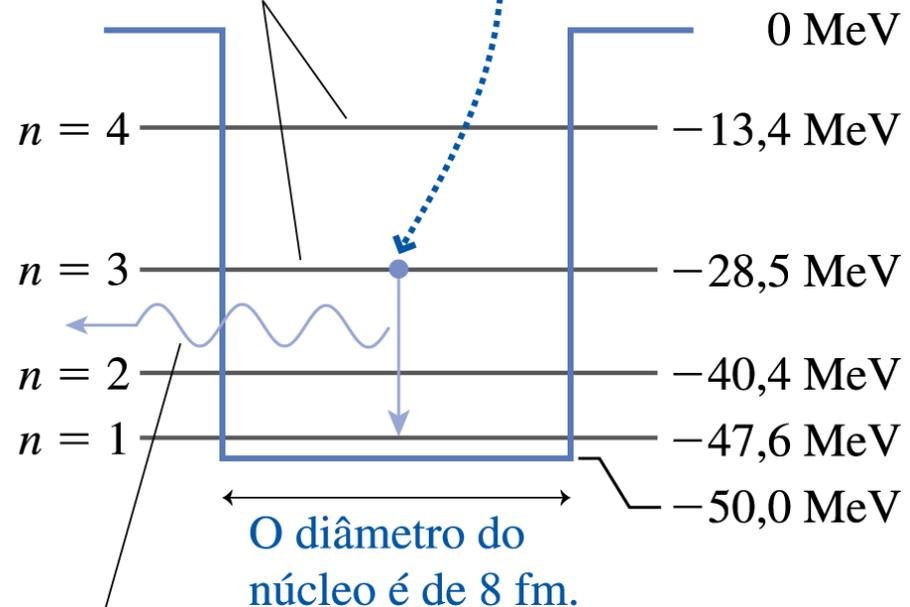
Poço de Potencial Finito - Aplicações

Física Nuclear – modelo simples para potencial sentido pelo nêutron num núcleo

Devido ao pequeno tamanho do núcleo, (representado aqui pela largura do poço), as energias das transições nucleares são $\sim 10^6$ maiores que as das transições eletrônicas!

Um decaimento radioativo deixou o nêutron em um estado excitado $n = 3$. O nêutron salta para o estado fundamental $n = 1$, emitindo um fóton de raio gama.

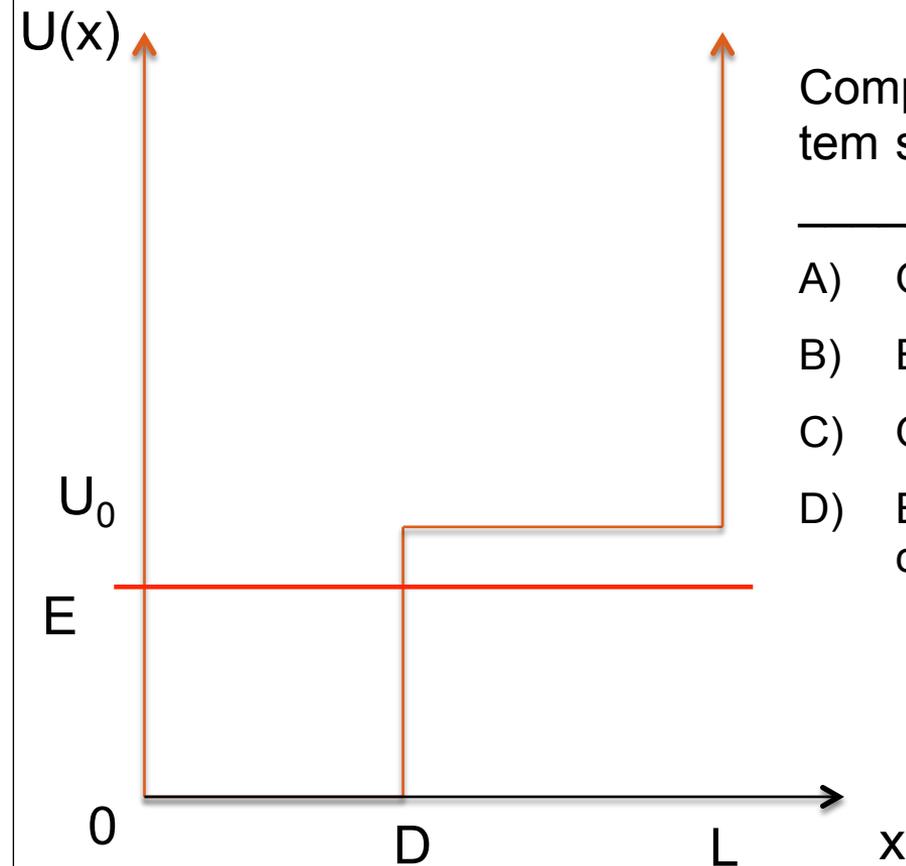
Níveis de energia para um nêutron em um núcleo



Emissão de raio gama

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

Exemplo: poço infinito com 'degrau'

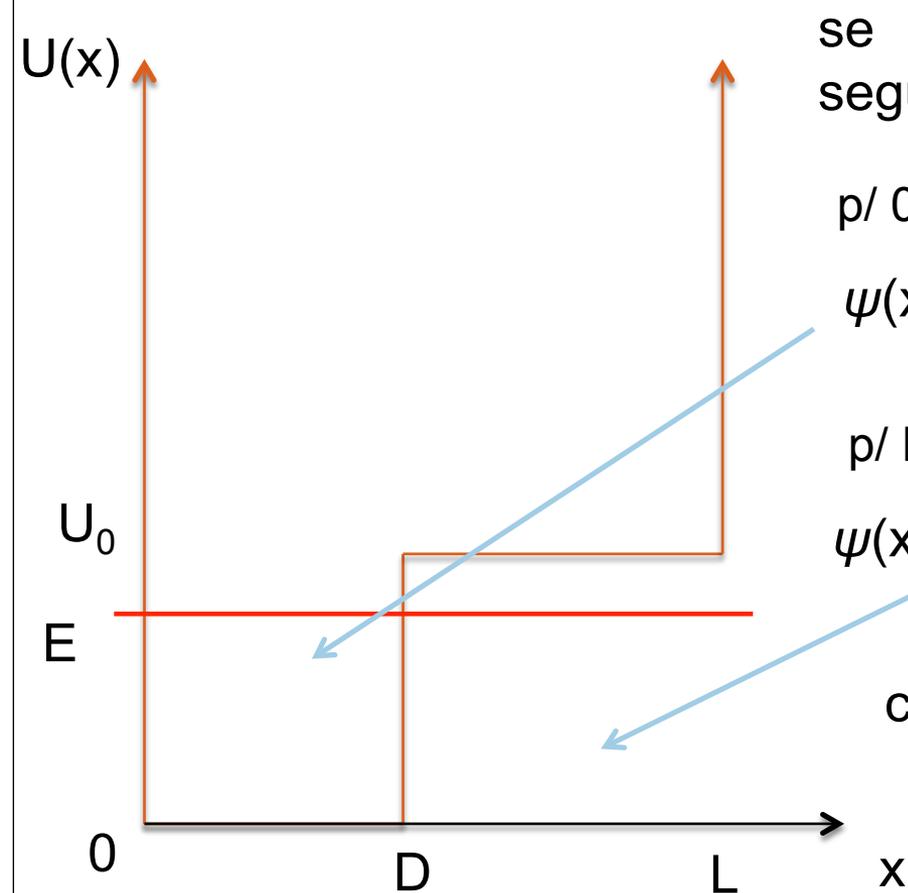


Complete a frase: se $E < U_0$, a eq. de Schrödinger tem solução geral _____ na região $0 \leq x \leq D$ e _____ na região $D \leq x \leq L$:

- A) Oscilante / Exponencial crescente ou descr.
- B) Exponencial crescente ou descr. / Oscilante
- C) Oscilante / Oscilante com k distinto
- D) Exponencial crescente ou descr / Exponencial crescente ou descr com η distinto

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

Exemplo: poço infinito com 'degrau'



se $E < U_0$, a eq. de Schrödinger tem a seguinte solução geral:

p/ $0 \leq x \leq D$:

$$\psi(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx), \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

p/ $D \leq x \leq L$:

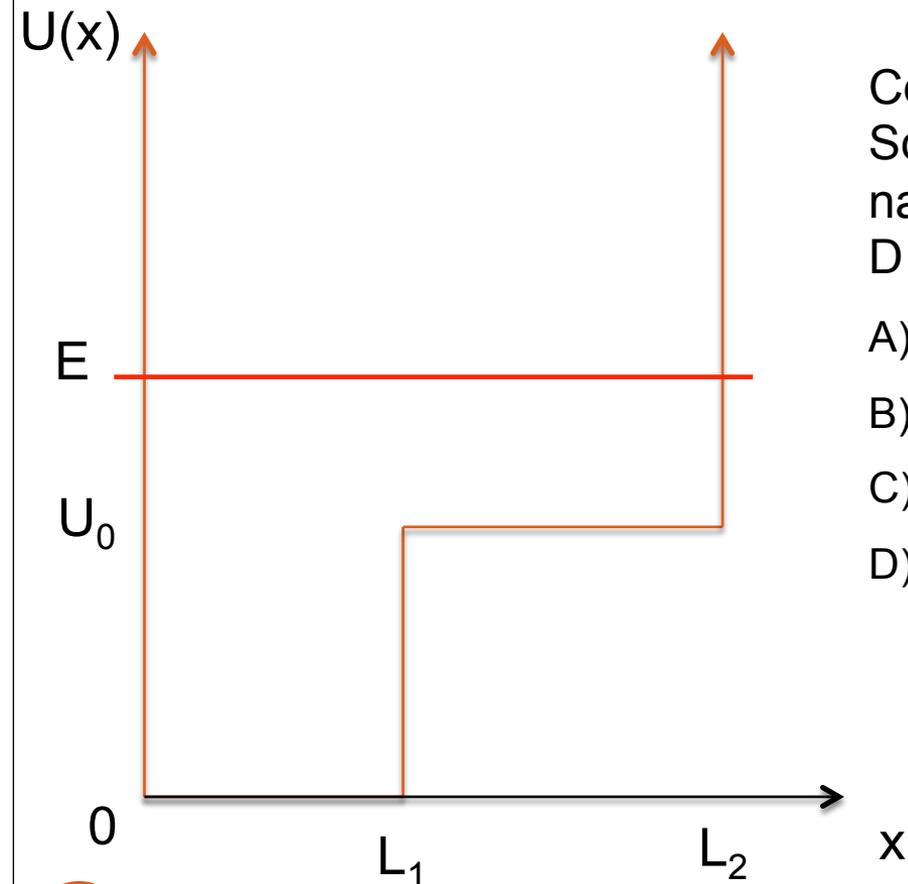
$$\psi(x) = C\exp(x/\eta) + D\exp(-x/\eta), \quad \eta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(U_0 - E)}}$$

condições de contorno: $\psi(0) = \psi(L) = 0$

e tb ψ e ψ' contínuos em $x = D$

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

Exemplo: poço infinito com 'degrau'

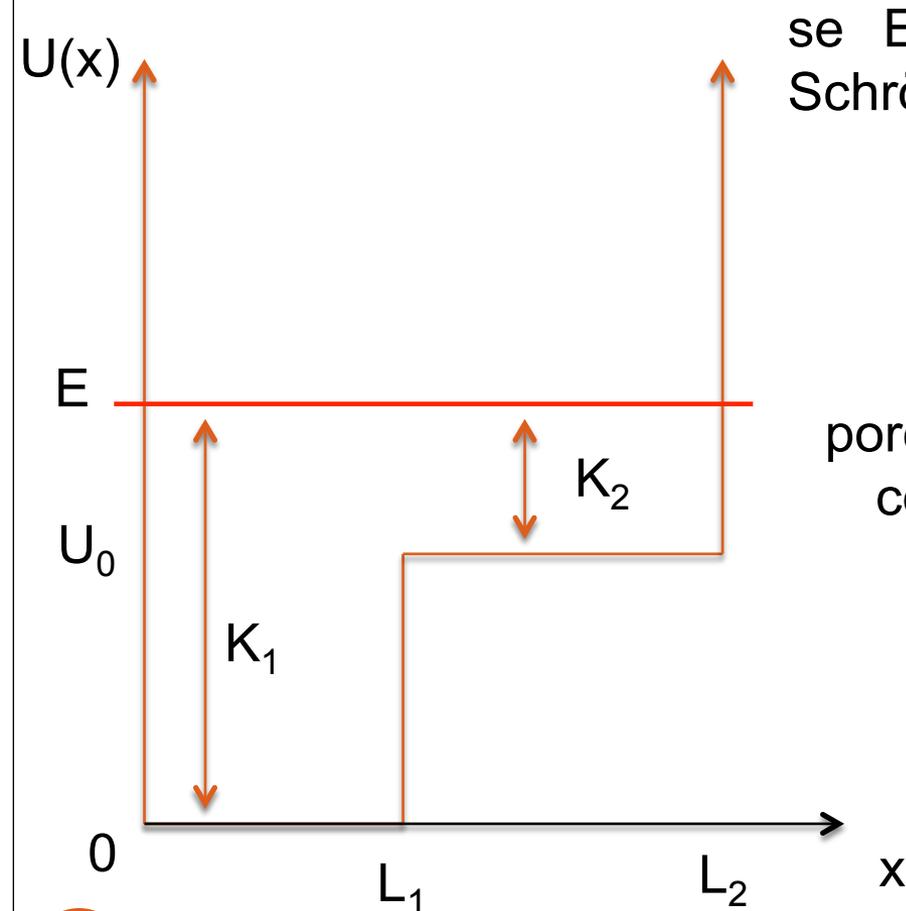


Complete a frase: se $E > U_0$, a eq. de Schrödinger tem solução geral _____ na região $0 \leq x \leq D$ e _____ na região $D \leq x \leq L$:

- A) Oscilante / Exponencial crescente ou descr.
- B) Exponencial crescente ou descr. / Oscilante
- C) Oscilante / Oscilante com k distinto
- D) Exponencial crescente ou descr. / Exponencial crescente ou descr com η distinto

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

Exemplo: poço infinito com 'degrau'



se $E > U_0$, a solução geral da eq. de Schrödinger tem a forma

$$\psi(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx),$$

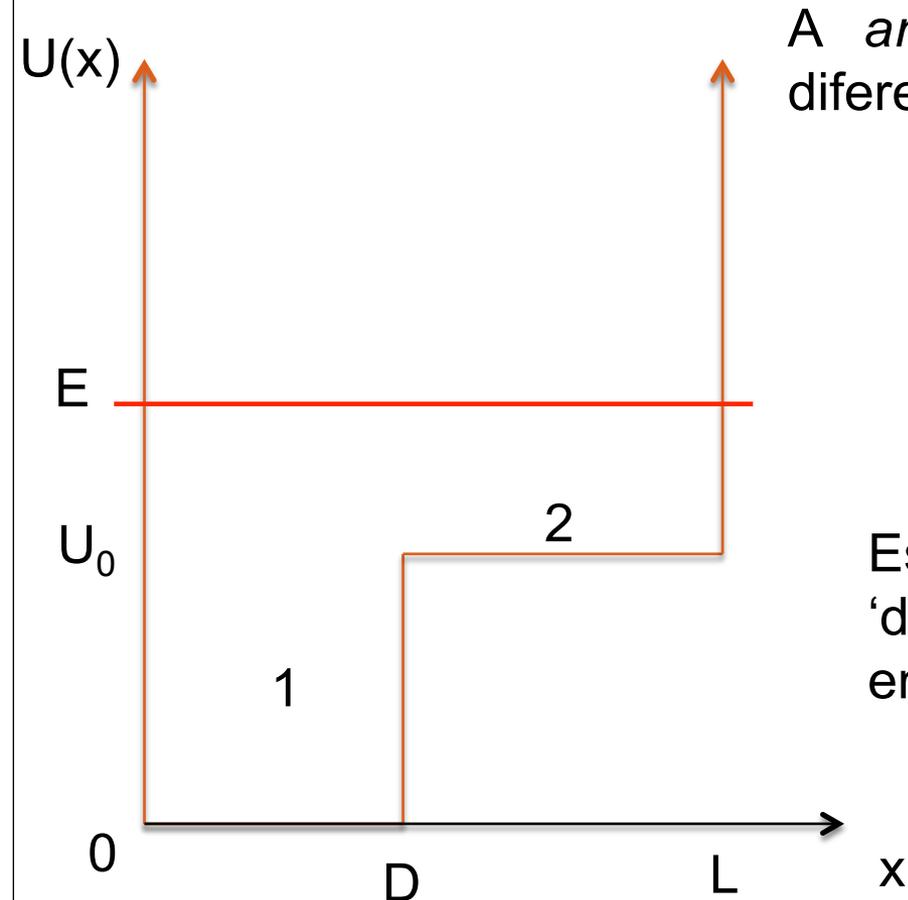
porém
com

$$\left\{ \begin{array}{l} k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \text{ para } 0 \leq x \leq D \\ k_2 = \frac{\sqrt{2m(E - U_0)}}{\hbar}, \text{ para } D \leq x \leq L \end{array} \right.$$

O número de onda é *menor* (i.e., o comprimento de onda é *maior*) no lado onde a energia cinética $K(x) = E - U(x)$ é menor

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

Exemplo: poço infinito com 'degrau'



A *amplitude* das oscilações também é diferente nas duas regiões. Reescrevendo

$$\psi(x) = C \cos(kx + \varphi)$$



$$\psi^2(x) + (\psi'(x))^2 / k^2 = C^2$$

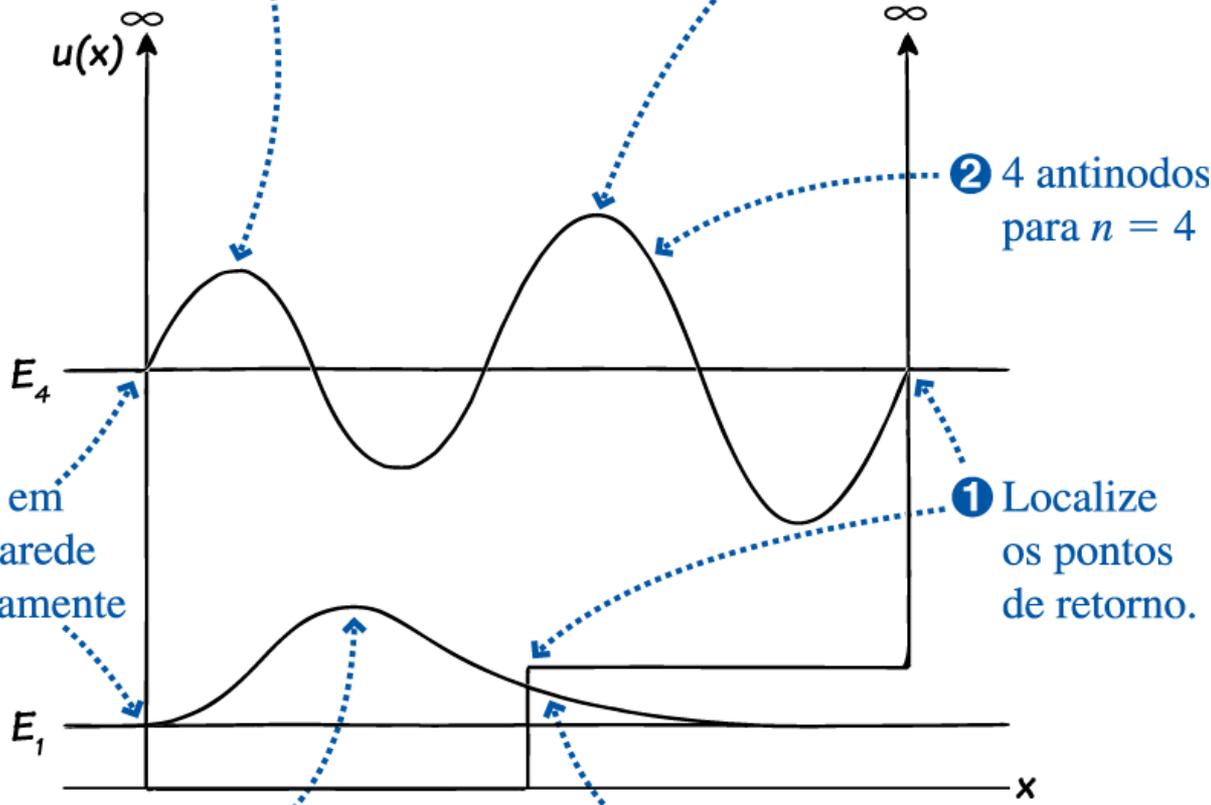
Essa expressão vale dos 2 lados do 'degrau'. Mas como ψ e ψ' são contínuos em $x = D$, e $1/k_1 < 1/k_2$, segue que

$$C_1 < C_2$$

Poços de potencial gerais: análise qualitativa das funções de onda de estados ligados

③ Comprimentos de onda menores e amplitudes menores onde K for maior.

③ Comprimentos de onda maiores e amplitudes maiores onde K for menor.



② 4 antinodos para $n = 4$

① Localize os pontos de retorno.

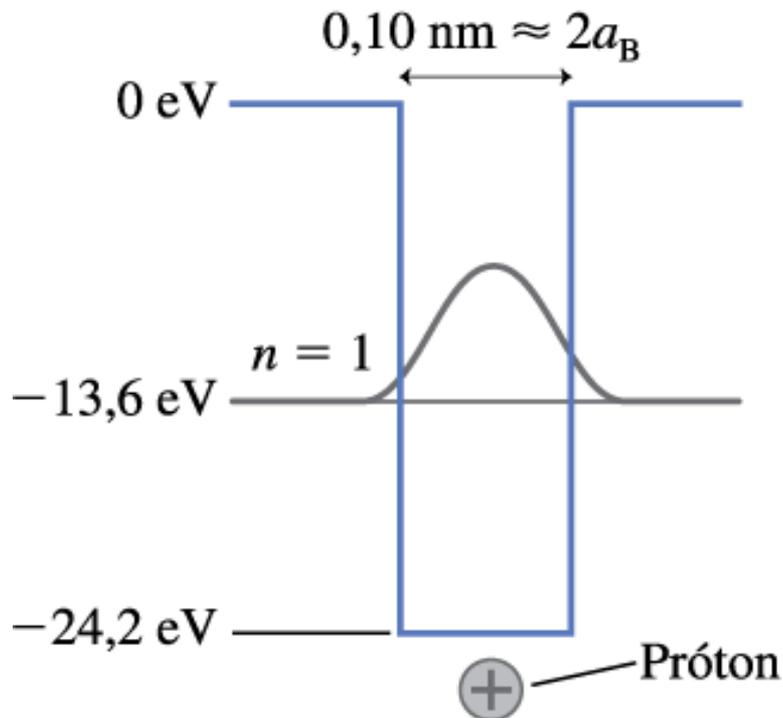
④ $\psi = 0$ em uma parede infinitamente alta.

② 1 antinodo para $n = 1$

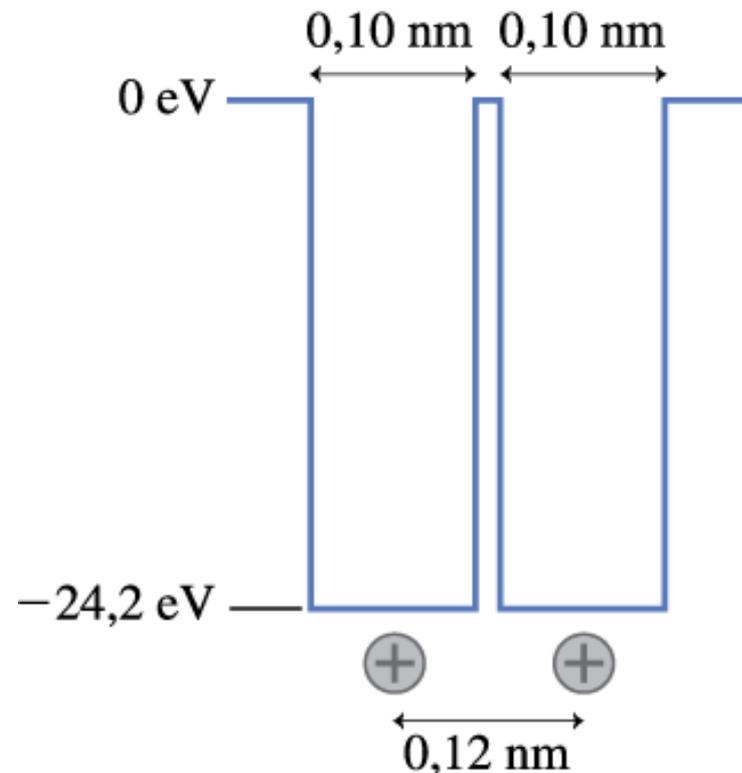
⑤ Decaimento exponencial no interior da região classicamente proibida.

Ligação química covalente

(a) Modelo unidimensional simples de um átomo de hidrogênio

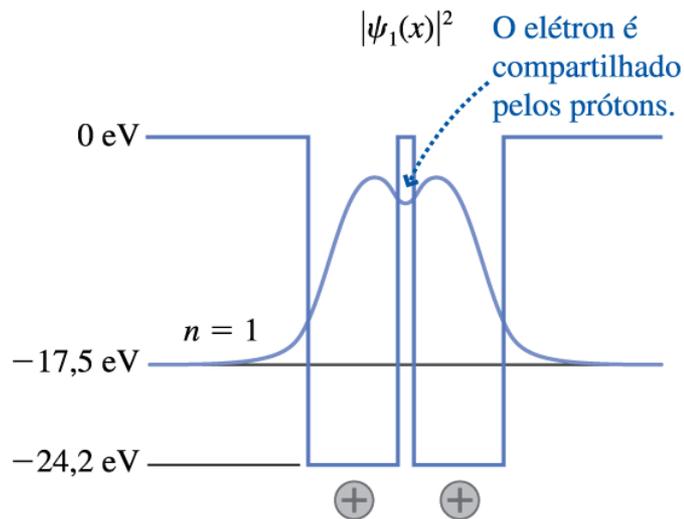
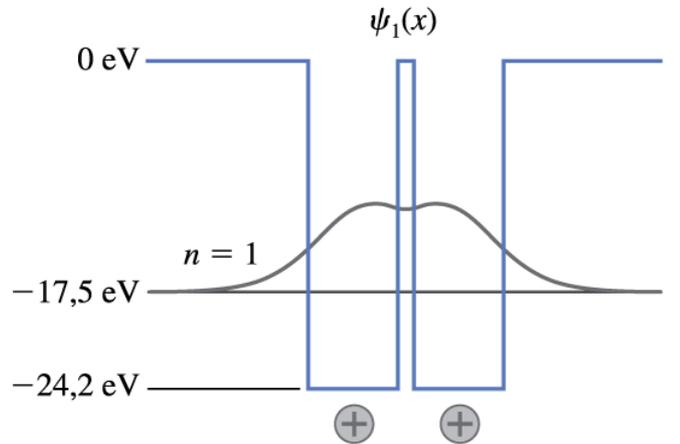


(b) Modelo da molécula de H_2^+ considerada como um elétron ligado a dois prótons separados por $0,12 \text{ nm}$



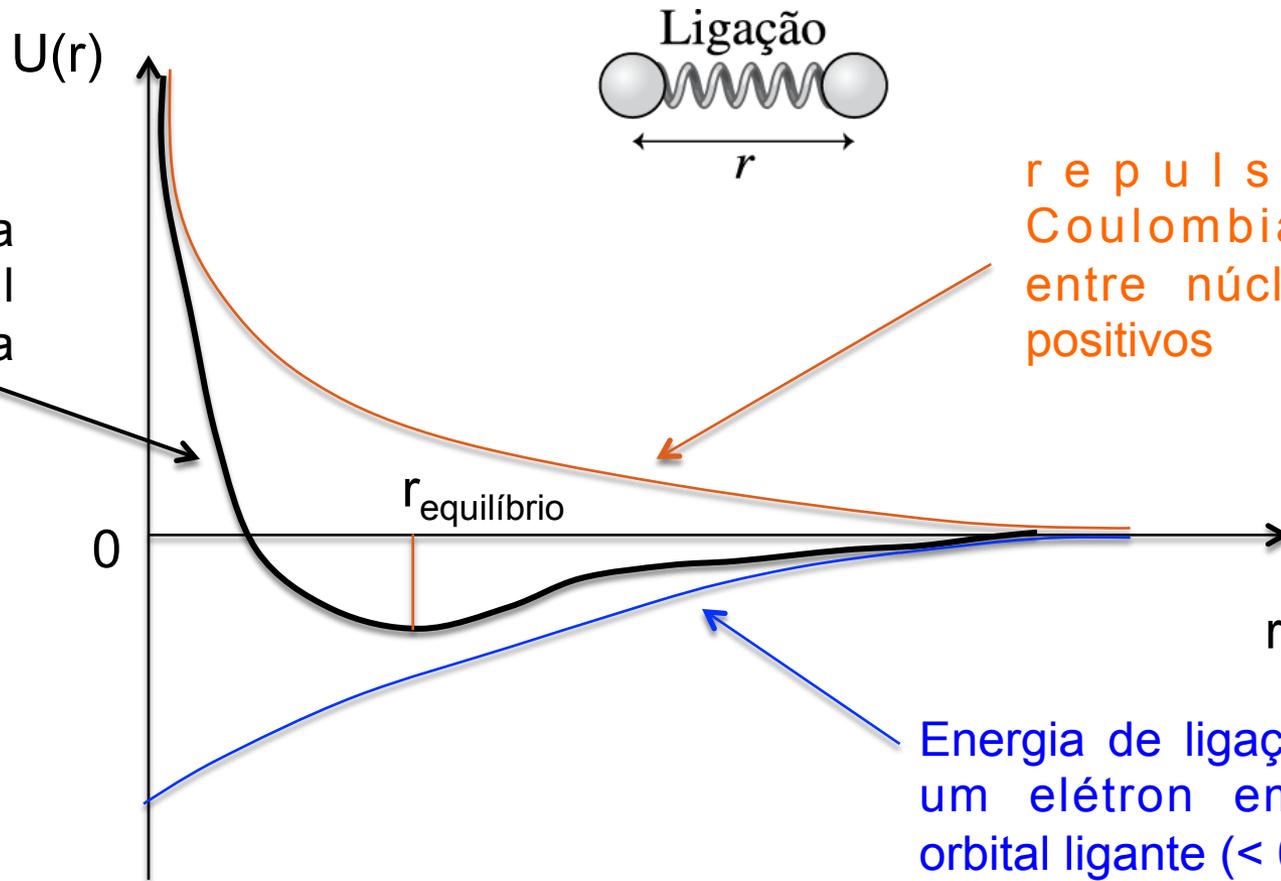
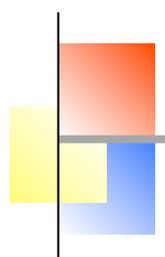
Ligação química covalente

(a) Orbital ligante



Energia **aumenta** com a distância entre os núcleos \rightarrow Força **atrativa**

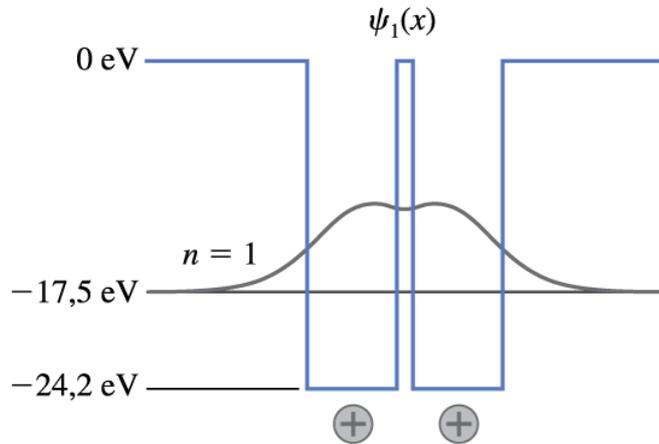
Ligação química covalente



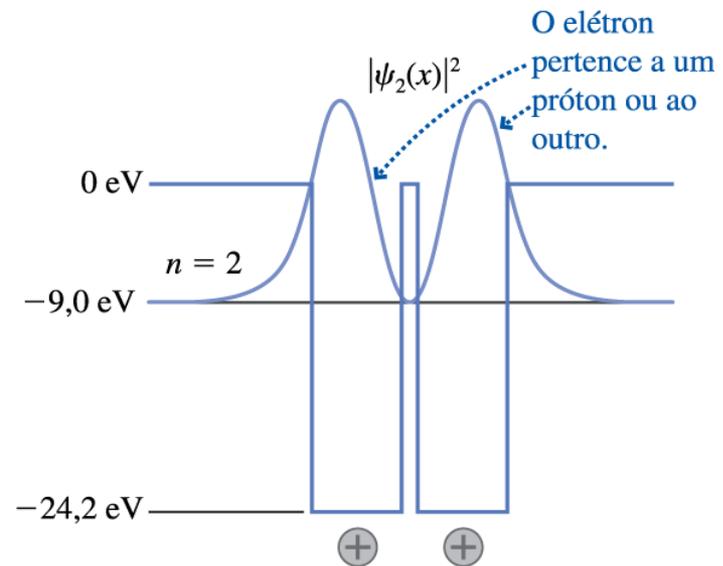
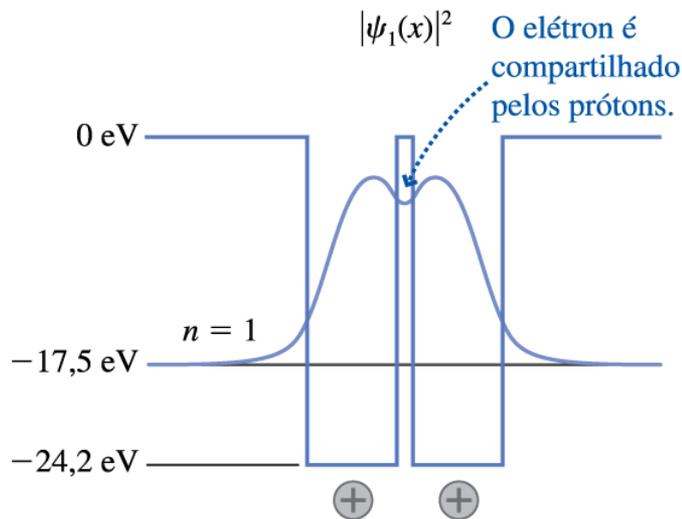
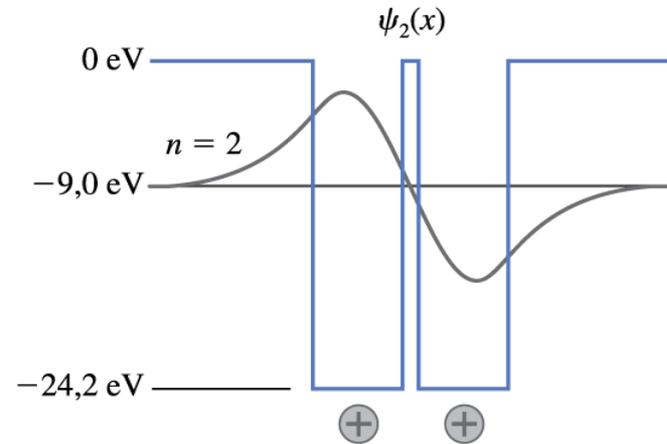
tipicamente $r_{\text{equilíbrio}} \sim 10^{-1} \text{ nm}$ a 1 nm (dimensões atômicas)

Ligação química covalente

(a) Orbital ligante



(b) Orbital antiligante

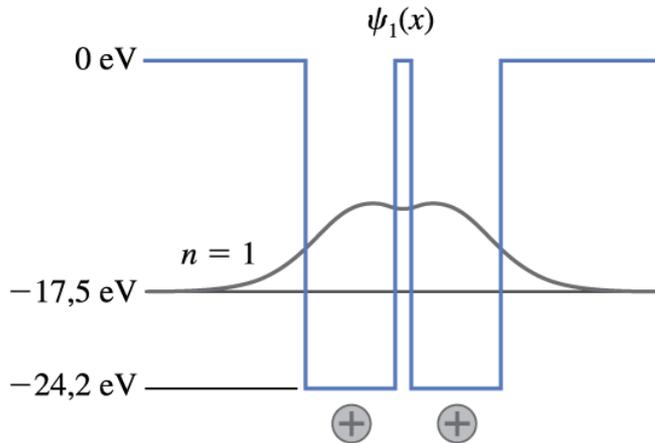


Energia **aumenta** com a distância entre os núcleos → Força **atrativa**

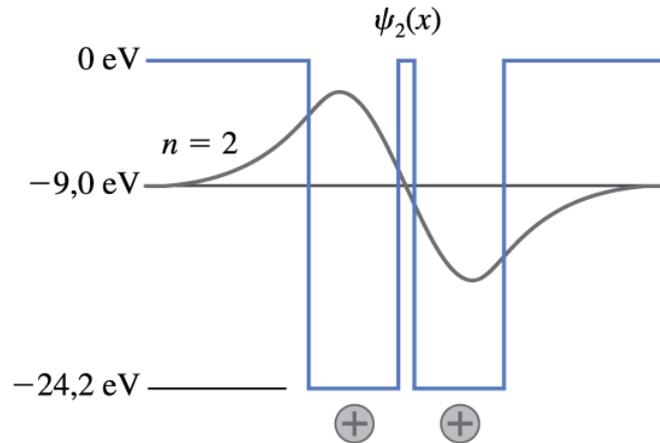
Energia **diminui** com a distância entre os núcleos → Força **repulsiva**

Ligação química covalente

(a) Orbital ligante



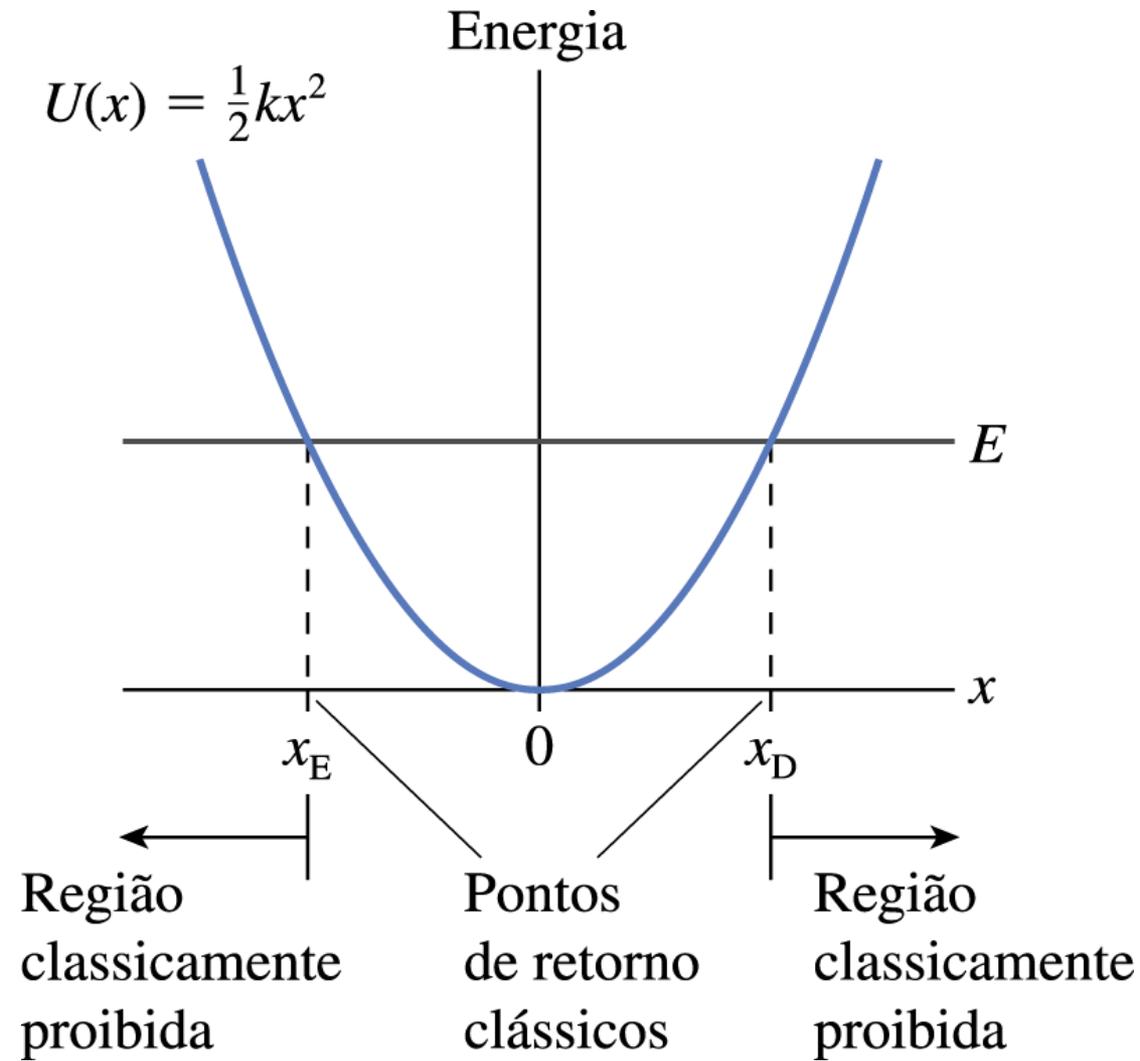
(b) Orbital antiligante



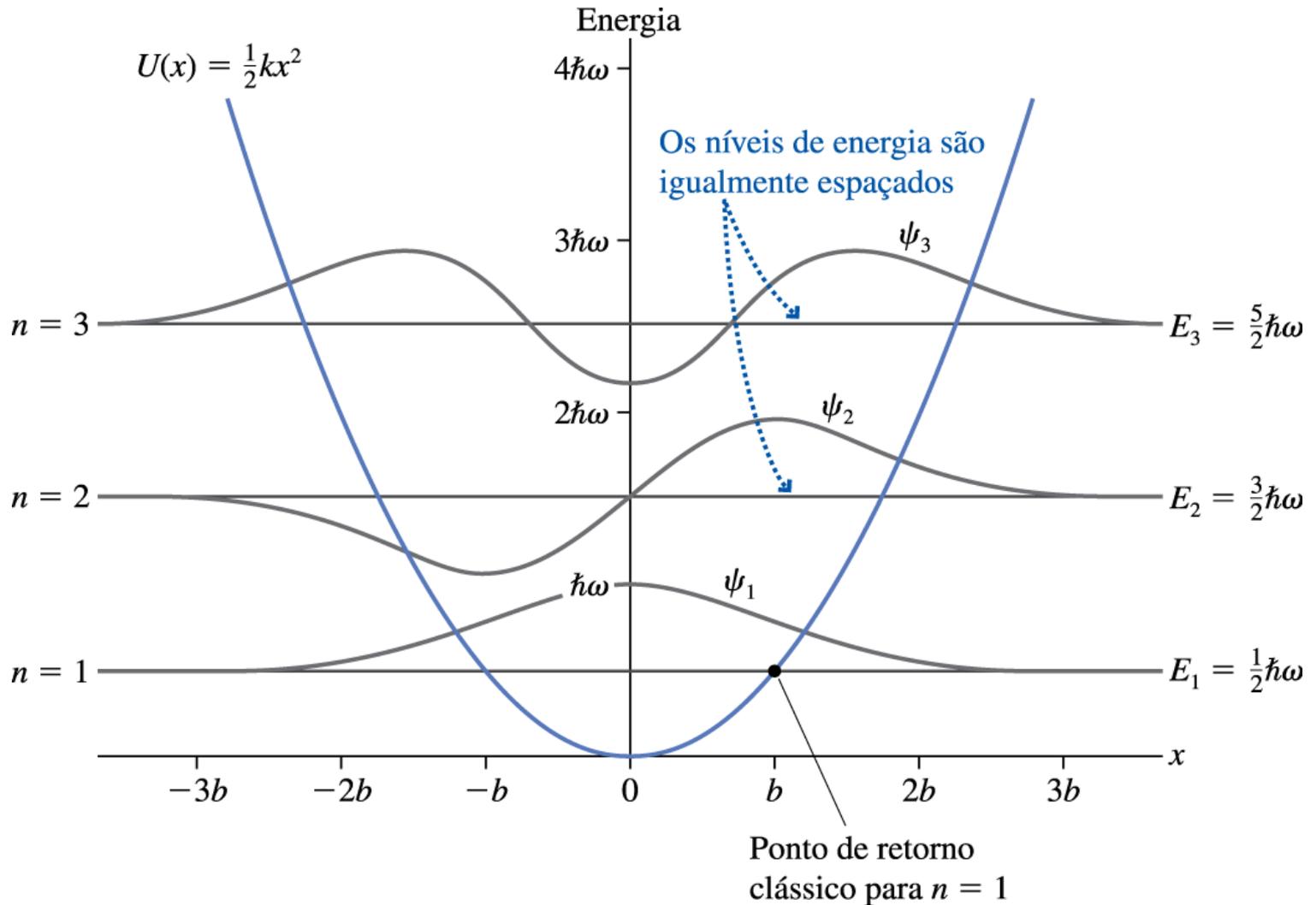
O que ocorre se iluminamos essa molécula com fótons de energia 8,5eV?

- A) Os núcleos se reequilibram a uma distância maior
- B) Os núcleos se reequilibram a uma distância menor
- C) Ela se quebra (dissocia)**
- D) Nada, pois ela não é capaz de absorver um fóton com essa energia

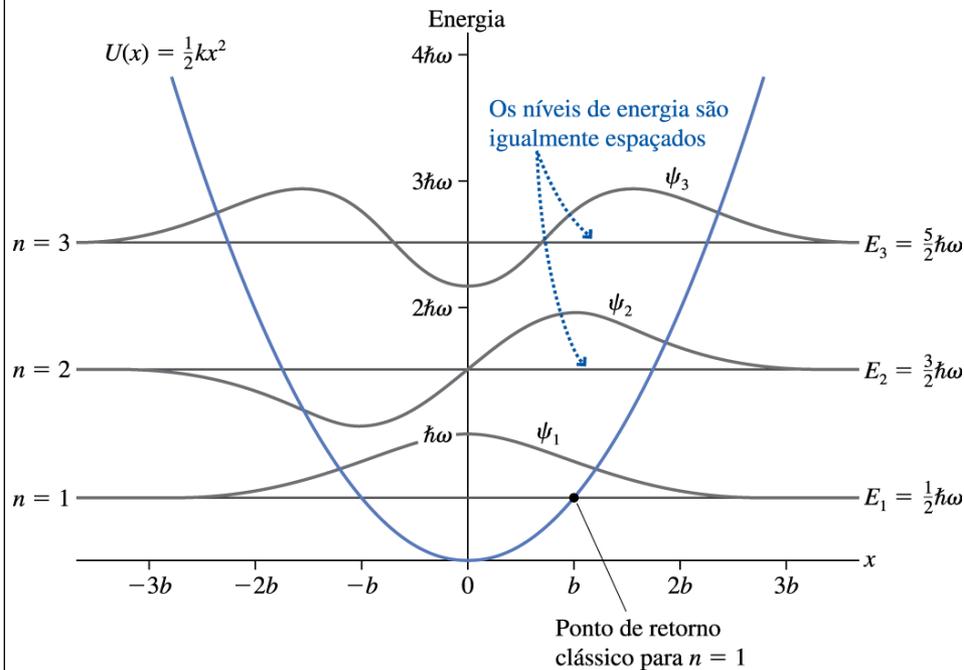
Oscilador Harmônico Clássico



Oscilador Harmônico Quântico



Oscilador Harmônico Quântico



Eq. Schrödinger

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{2m}{\hbar^2} \left[E - \frac{1}{2}kx^2 \right] \psi(x)$$

Primeiras soluções

$$\psi_1(x) = A_1 e^{-x^2/2b^2}$$

$$\psi_2(x) = A_2 \frac{x}{b} e^{-x^2/2b^2} \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

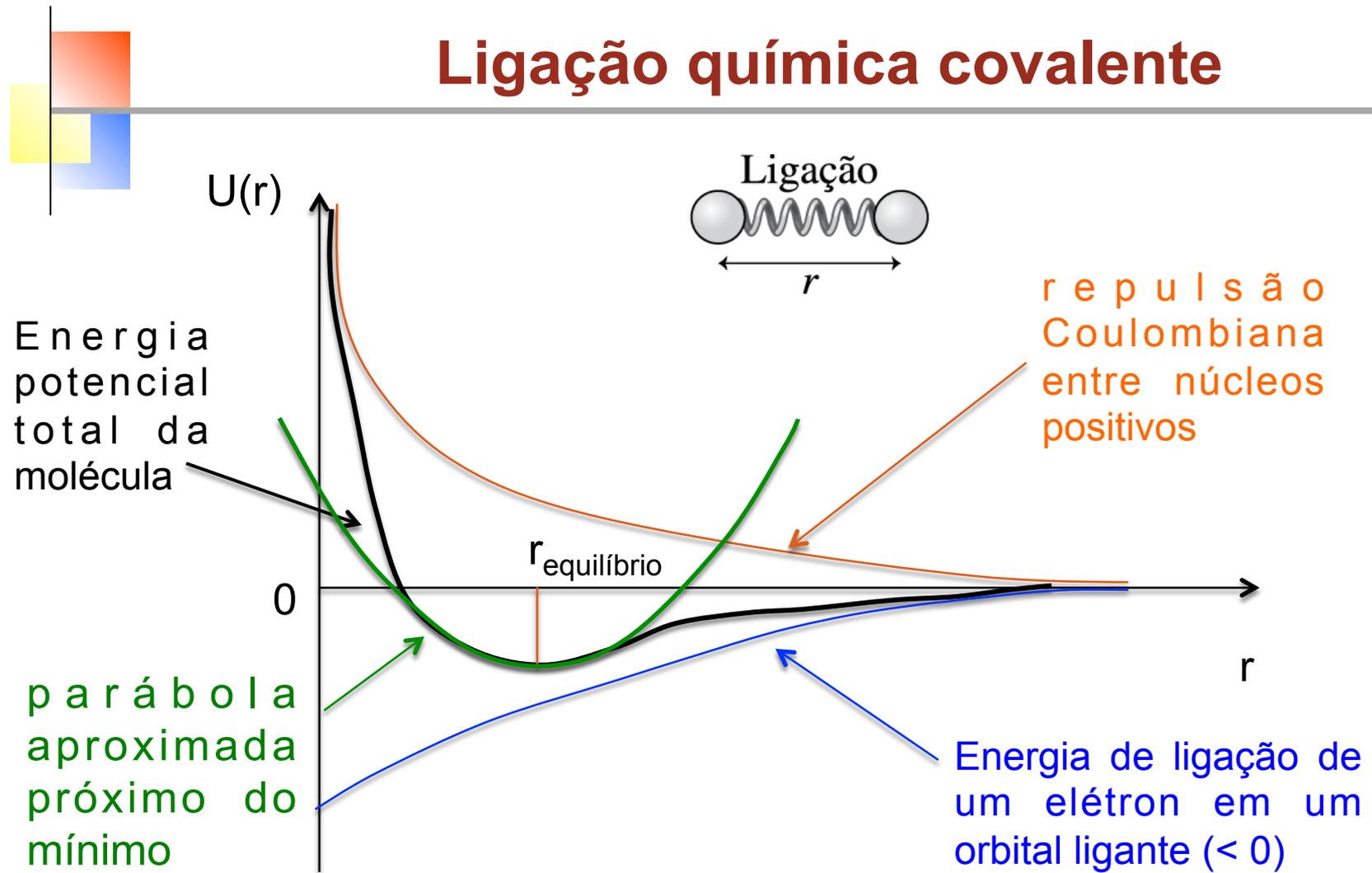
$$\psi_3(x) = A_3 \left(1 - \frac{2x^2}{b^2} \right) e^{-x^2/2b^2}$$

Energias: $E_n = (n - \frac{1}{2}) \hbar\omega$

Espaçamento uniforme:

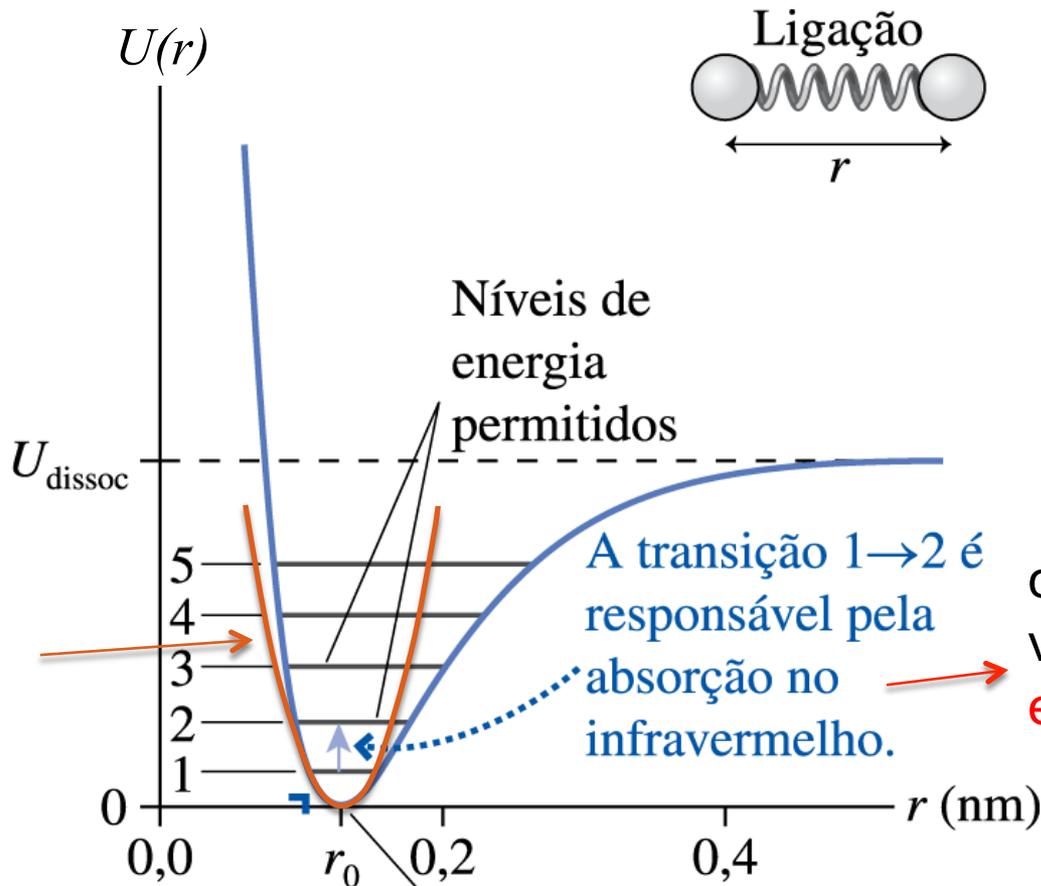
$$E_{n+1} - E_n = \hbar\omega$$

Ligação química covalente



tipicamente $r_{\text{equilíbrio}} \sim 10^{-1} \text{ nm a } 1 \text{ nm}$ (dimensões atômicas)

Aplicação : vibrações moleculares



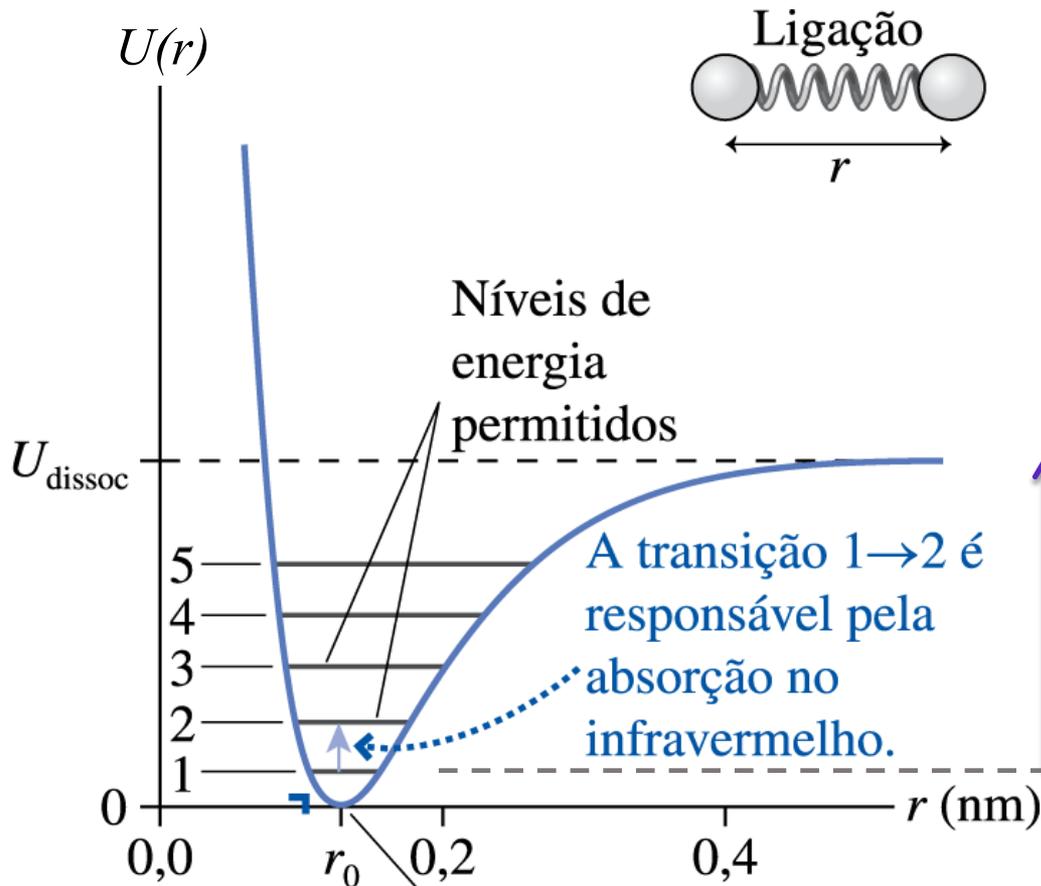
Níveis de energia aprox. igualmente espaçados por $\hbar\omega$, onde

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$k = \left. \frac{d^2U(r)}{dr^2} \right|_{r=r_0}$$

A parte mais funda do poço de potencial é quase uma parábólica. Separação de equilíbrio

Aplicação : vibrações moleculares



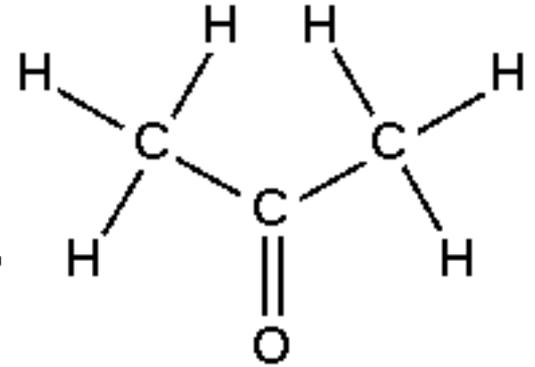
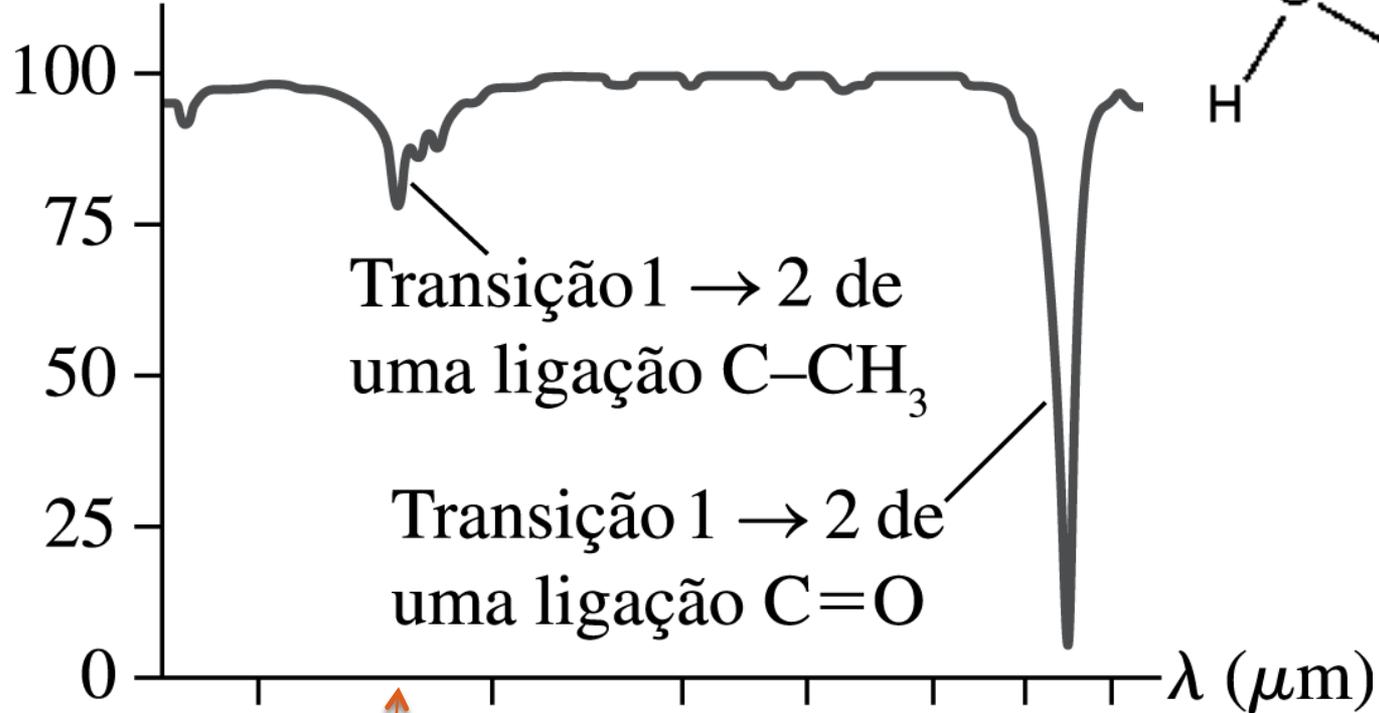
A absorção de um fóton com essa energia (ou mais), em geral no **ultravioleta**, causa vibrações capazes de afastar os núcleos até $r \rightarrow \infty$ (ie a molécula se dissocia).

A parte mais funda do poço de potencial é quase uma parábólica. Separação de equilíbrio

obs: mecanismo de fotodissociação diferente daquele via orbitais antiligantes

Exemplo : absorção por acetona [$(\text{CH}_3)_2\text{CO}$]

Transmissão (%)



$E \sim 0,37 \text{ eV}$

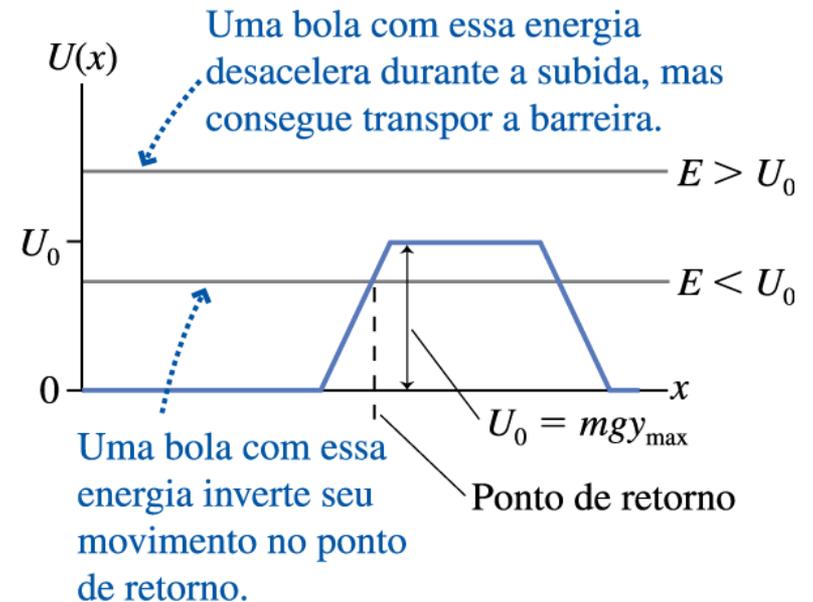
$E \sim 0,21 \text{ eV}$

Barreira de energia: partícula clássica

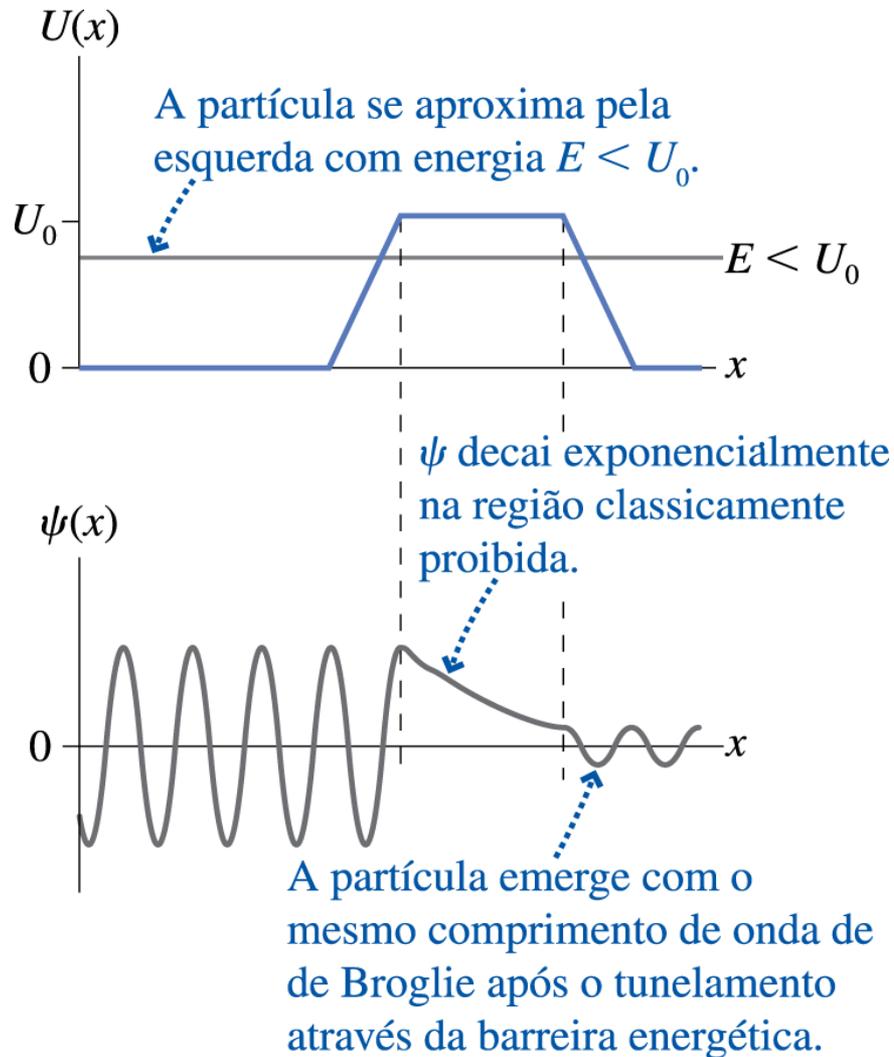
(a)



(b)



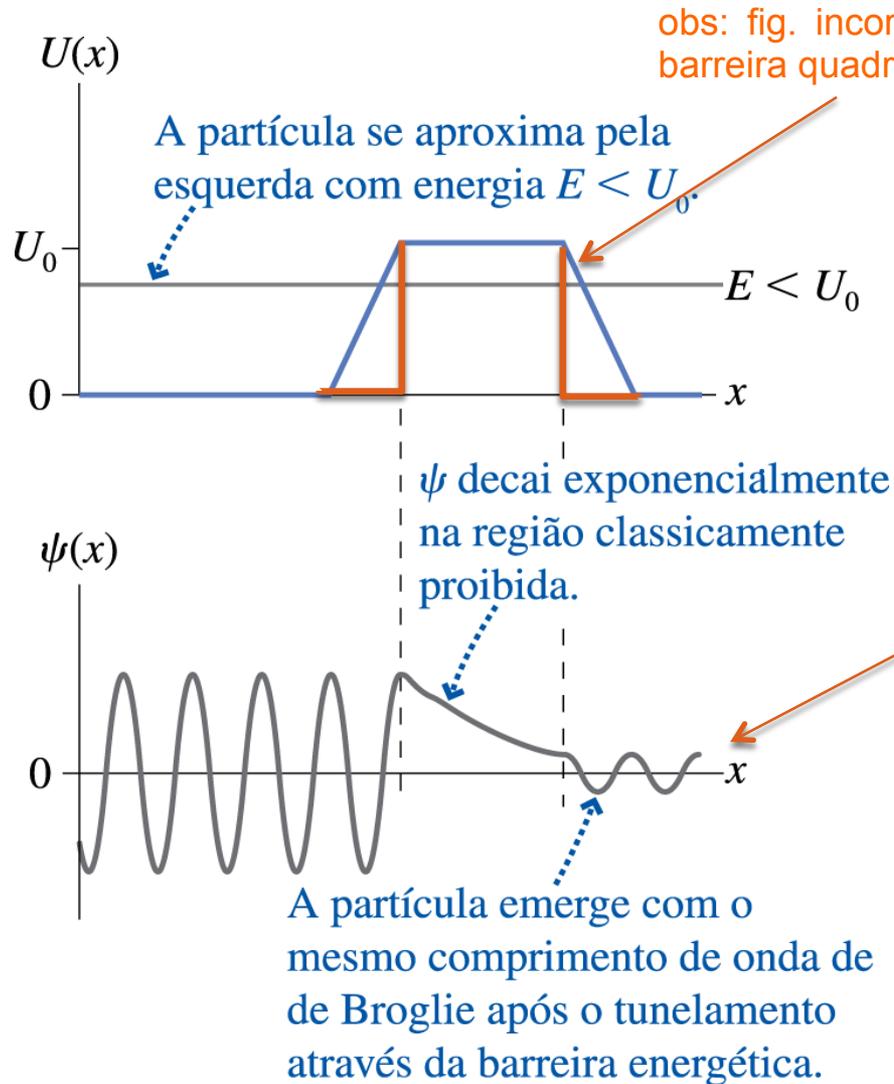
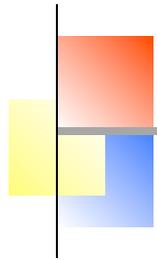
Barreira de energia: partícula quântica



O que está errado nesta figura?

- A) O comprimento de onda para x grande
- B) Os limites da região classicamente proibida
- C) A amplitude da onda para x grande
- D) A forma da onda na região da barreira

Barreira de energia: partícula quântica

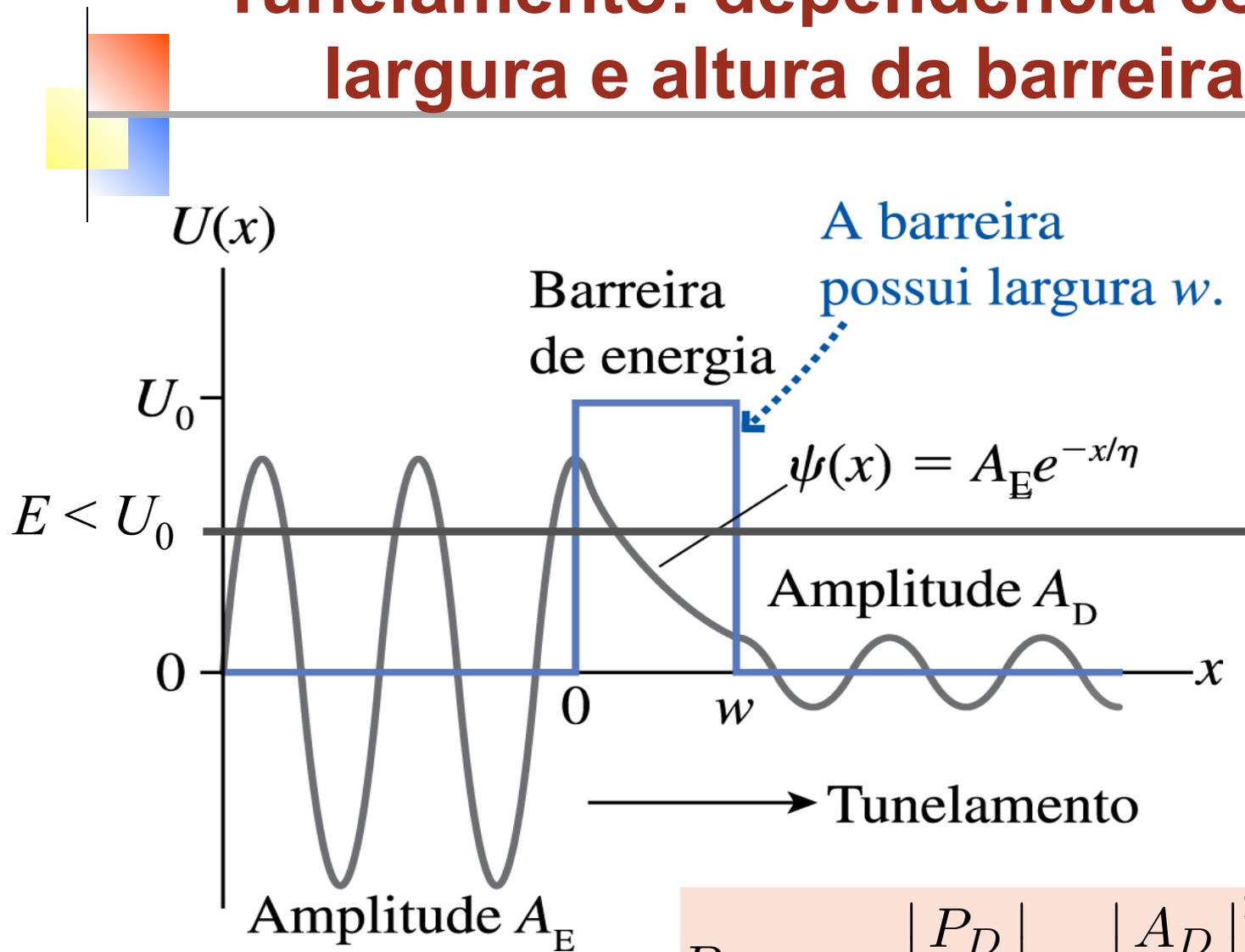


obs: fig. incorreta no livro (onda corresponde a uma barreira quadrada, não trapezoidal como na fig)

Partícula tem probabilidade de aparecer do outro lado da barreira!

Tunelamento

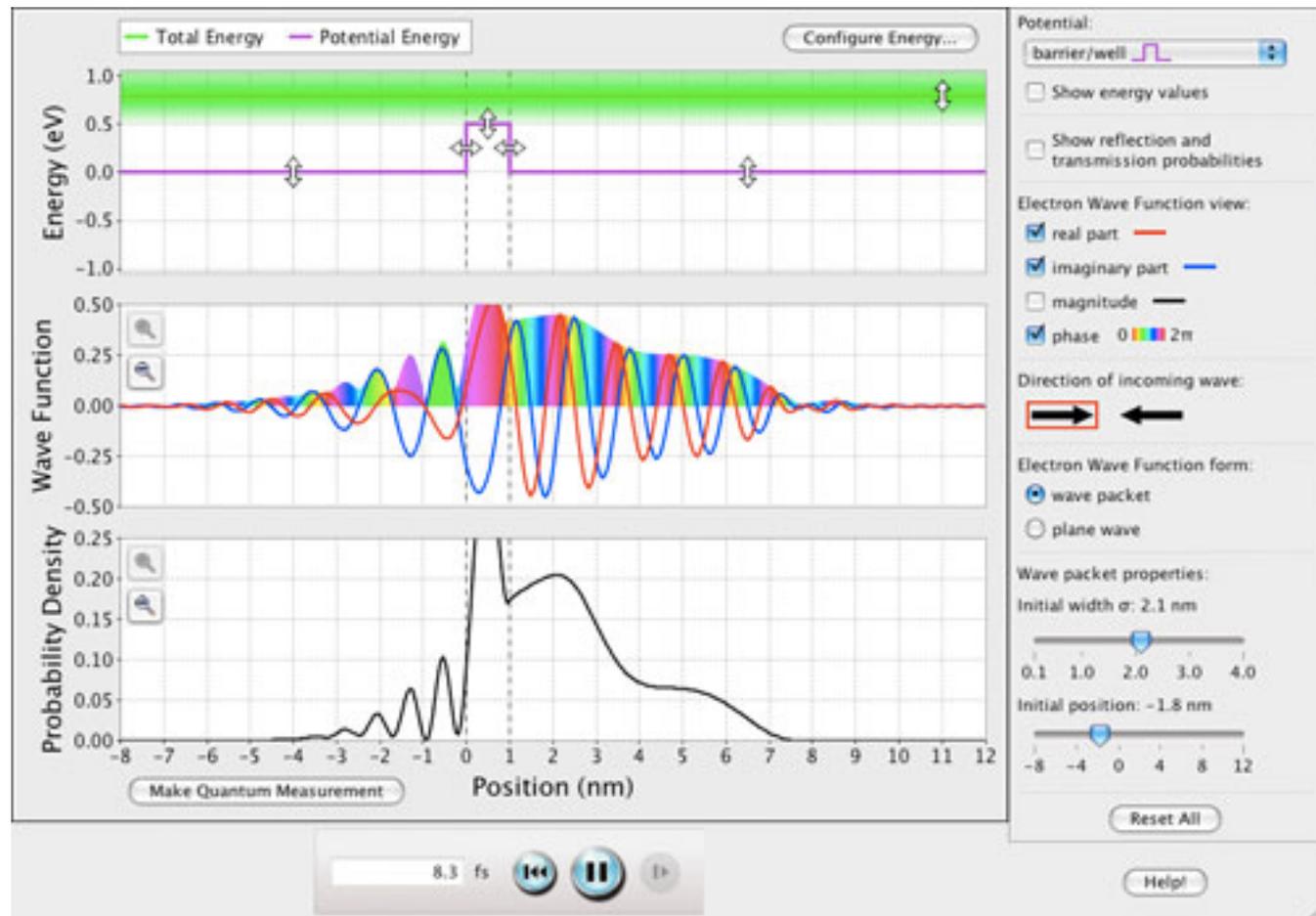
Tunelamento: dependência com largura e altura da barreira



$$P_{tunnel} = \left| \frac{P_D}{P_E} \right| = \left| \frac{A_D}{A_E} \right|^2 = e^{-2w/\eta}$$

Tunelamento: pacotes

Obs: é possível obter uma imagem mais precisa de como o tunelamento ocorre no tempo usando pacotes de onda. Vide aplicativo 'tunelamento quântico', disponível no site



STM – Scanning tunneling microscope

Microscópio de tunelamento

4. Uma imagem mostra a corrente em função da posição da ponta da sonda, revelando o perfil da superfície.

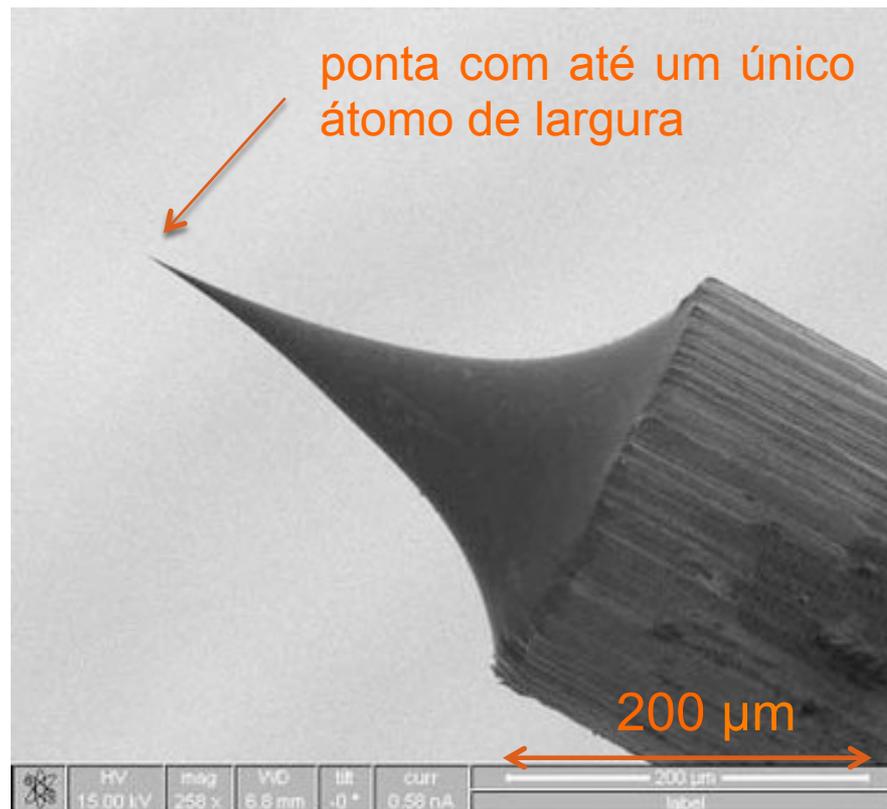
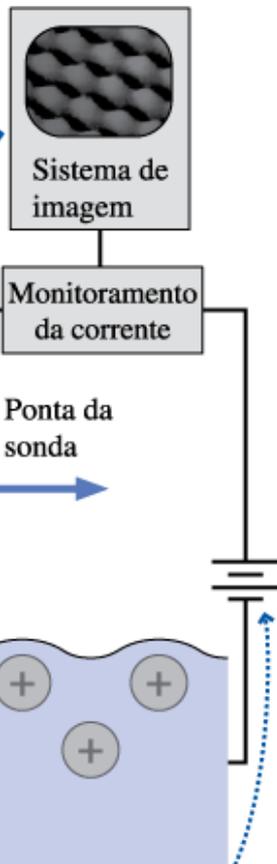
3. A corrente é monitorada à medida que a sonda é movimentada para a frente e para trás, varrendo toda a amostra.

Camada de ar $\approx 0,5$ nm

Amostra

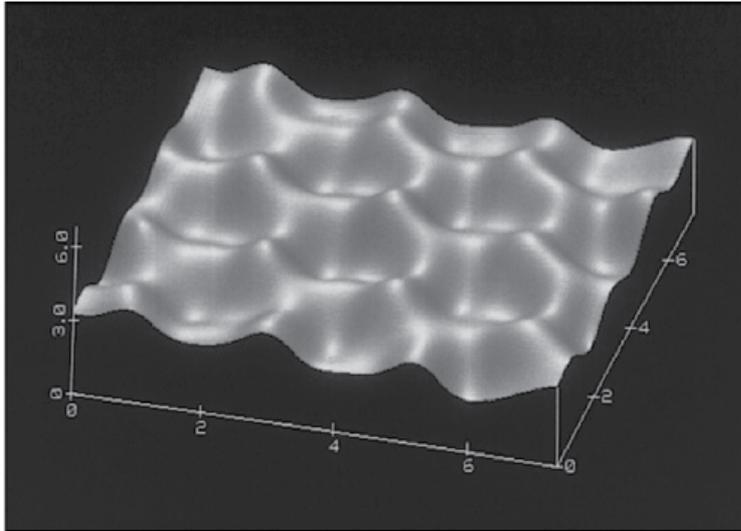
1. A amostra pode ser considerada como um conjunto de caroços iônicos positivos imersos em um “mar” de elétrons.

2. Uma pequena voltagem positiva faz os elétrons tunelarem através da fina camada de ar entre a ponta da sonda e a amostra.

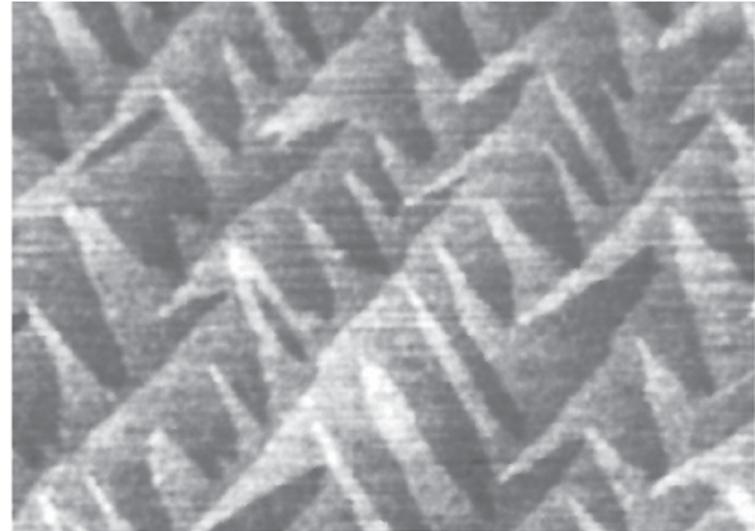


STM – *Scanning tunneling microscope*

Microscópio de tunelamento



Átomos de carbono na
superfície do grafite



A superfície do silício

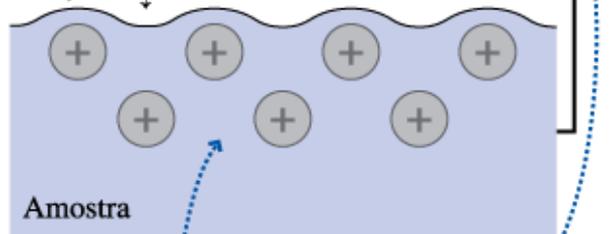
STM – Scanning tunneling microscope

Microscópio de tunelamento

4. Uma imagem mostra a corrente em função da posição da ponta da sonda, revelando o perfil da superfície.

3. A corrente é monitorada à medida que a sonda é movimentada para a frente e para trás, varrendo toda a amostra.

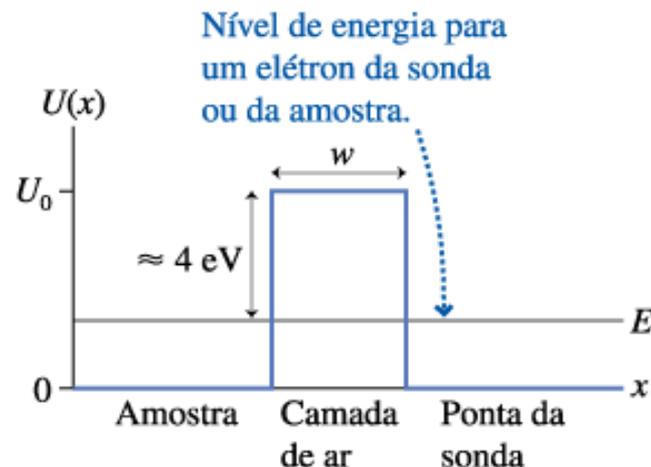
Camada de ar $\approx 0,5$ nm



1. A amostra pode ser considerada como um conjunto de caroços iônicos positivos imersos em um “mar” de elétrons.

2. Uma pequena voltagem positiva faz os elétrons tunelarem através da fina camada de ar entre a ponta da sonda e a amostra.

(b)



Como $P_{tunnel} \sim e^{-2w/\eta}$, uma pequena mudança em w se reflete em uma grande mudança na corrente de tunelamento.

P: na fig. acima, o que ocorre com P_{tunnel} quando a ponta da sonda passa sobre um átomo de espessura $\sim 0,1$ nm (reduzindo w de 0,5 nm para 0,4 nm)?

- A) aumenta $\sim 7,3$ vezes C) diminui em $\sim 7,3$ vezes
B) aumenta $\sim 2,7$ vezes D) diminui em $\sim 2,7$ vezes

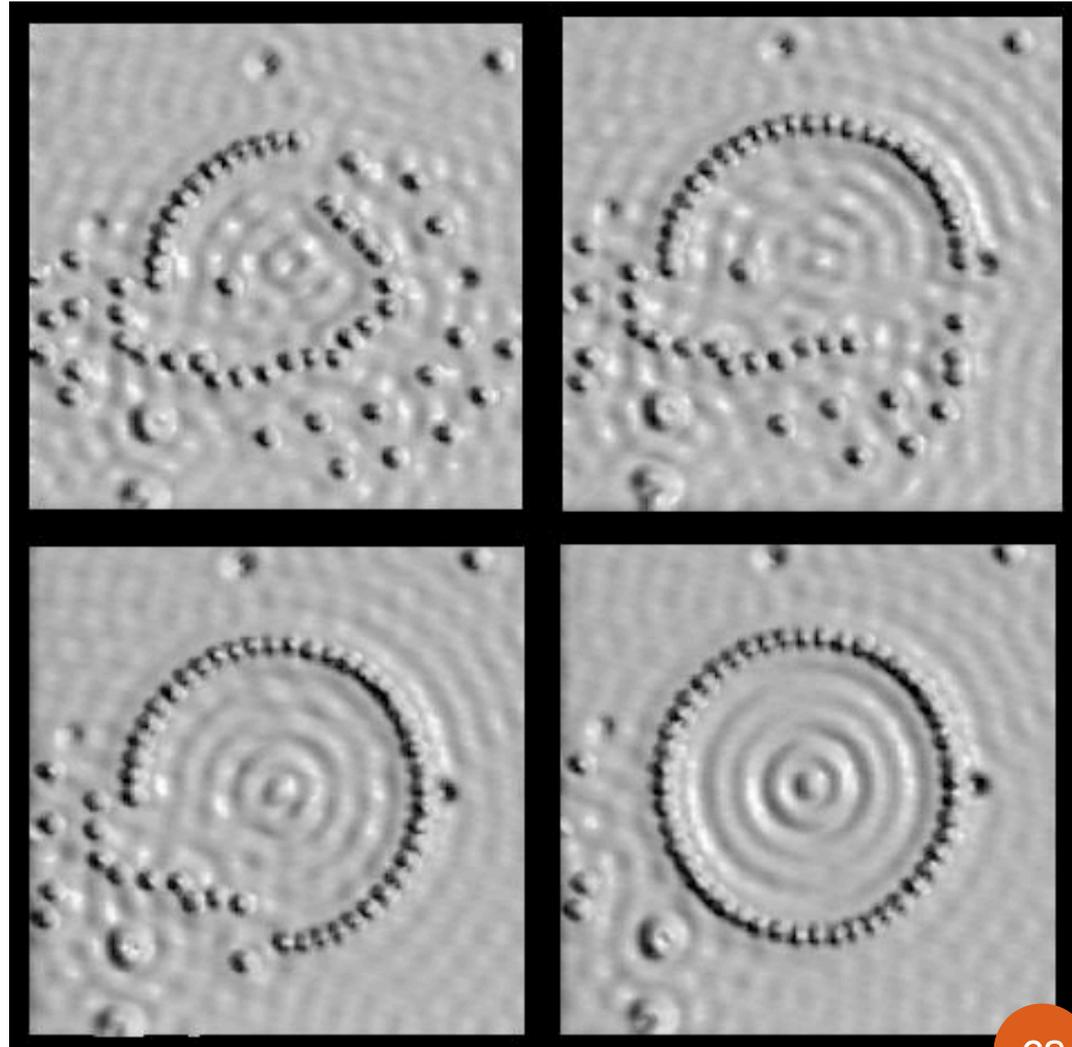
STM – Scanning tunneling microscope

Microscópio de tunelamento

“Curral quântico”

A ponta do STM também pode ser usada para mover átomos ‘soltos’ na superfície (aqui, átomos de ferro numa superfície de cobre).

Vemos a montagem de uma estrutura chamada ‘curral quântico’



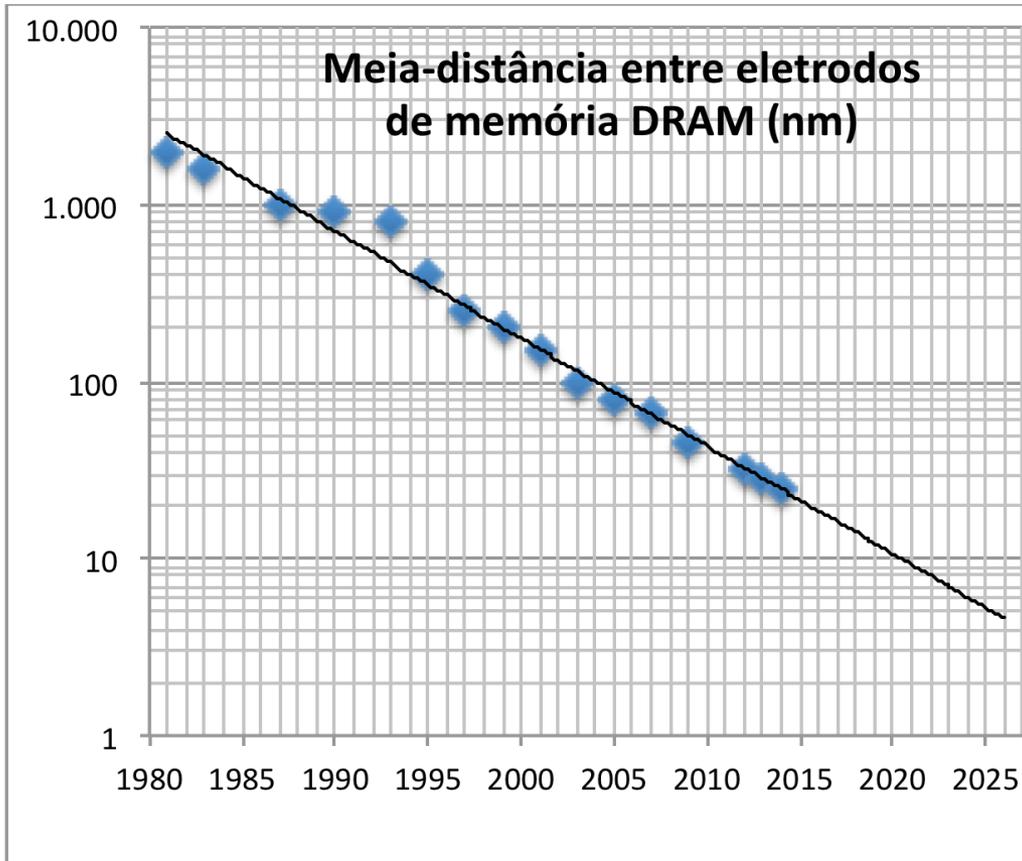
P: o que são os círculos concêntricos detectados pelo STM no interior do ‘curral’?

A) Regiões onde a superfície de cobre fica mais elevada que a média.

B) Regiões onde os elétrons no cobre se concentram, devido à sua repulsão mútua

C) Regiões onde a função de onda dos elétrons no cobre tem máxima amplitude.

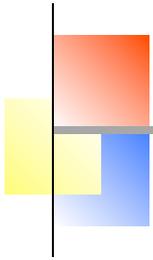
Tunelamento: problemas à vista para a indústria microeletrônica



Ano	1/2 dist (nm)
1981	2.000
1983	1.600
1987	1.000
1990	900
1993	800
1995	400
1997	250
1999	200
2001	150
2003	100
2005	80
2007	68
2009	45
2012	32
2013	28
2014	25

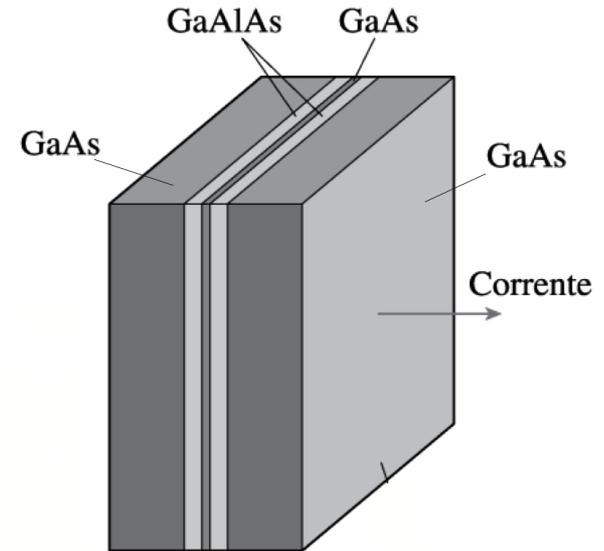
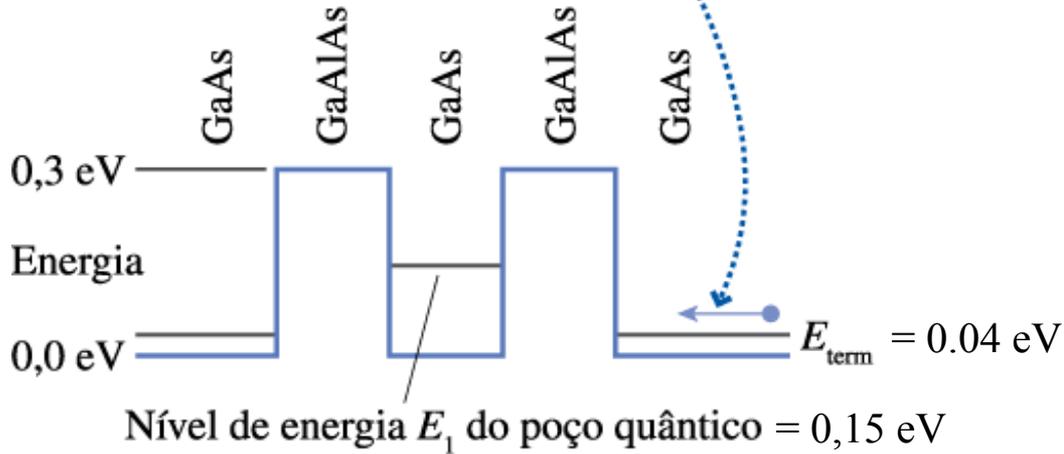
P: suponha que em 2014 a probabilidade de tunelamento entre dois eletrodos era de 10^{-15} . De quanto teríamos de reduzir a distância para essa probabilidade aumentar por um fator de 10 bilhões, chegando a 10^{-5} ? Em que ano isso acontecerá, seguindo a tendência?

Diodo Túnel Ressonante



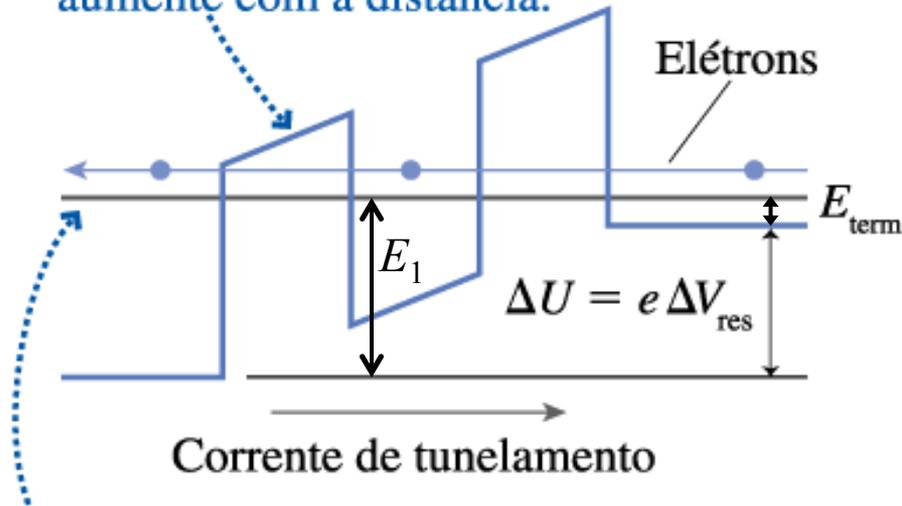
(a)

Elétrons aproximam-se pelo exterior com energia térmica $E_{term} \sim 3/2 k_B T = 0.04 \text{ eV}$ a $T = 300\text{K}$

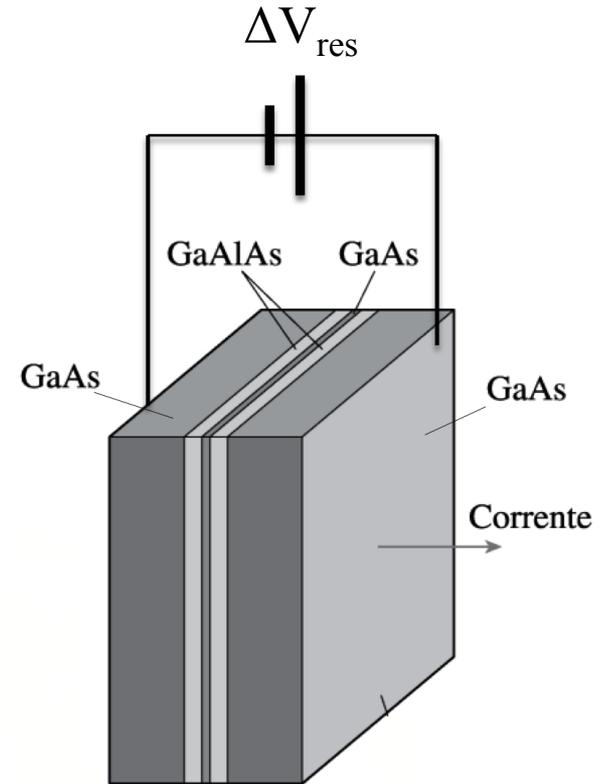


Diodo Túnel Ressonante

(b) Uma diferença de potencial faz com que a energia potencial aumente com a distância.

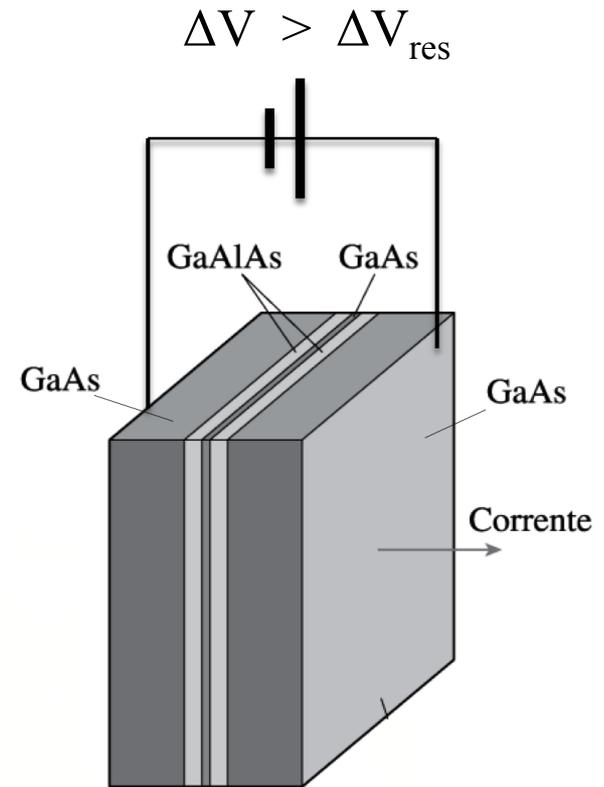
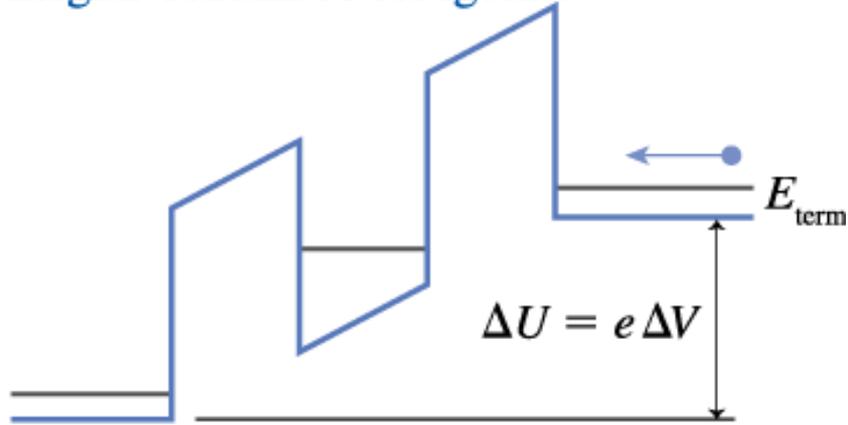


Quando $\Delta U = E_1 - E_{term}$, a energia do nível no interior do poço quântico se iguala à energia dos elétrons incidentes, o que permite que eles tunelem – isto é um efeito de **ressonância**

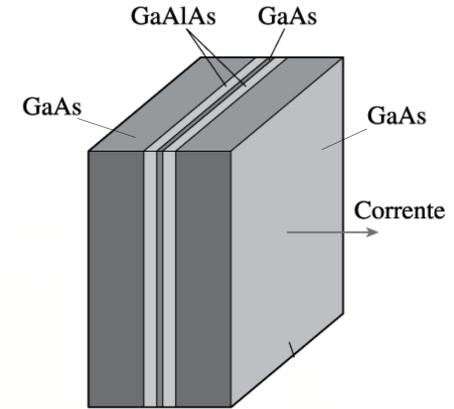
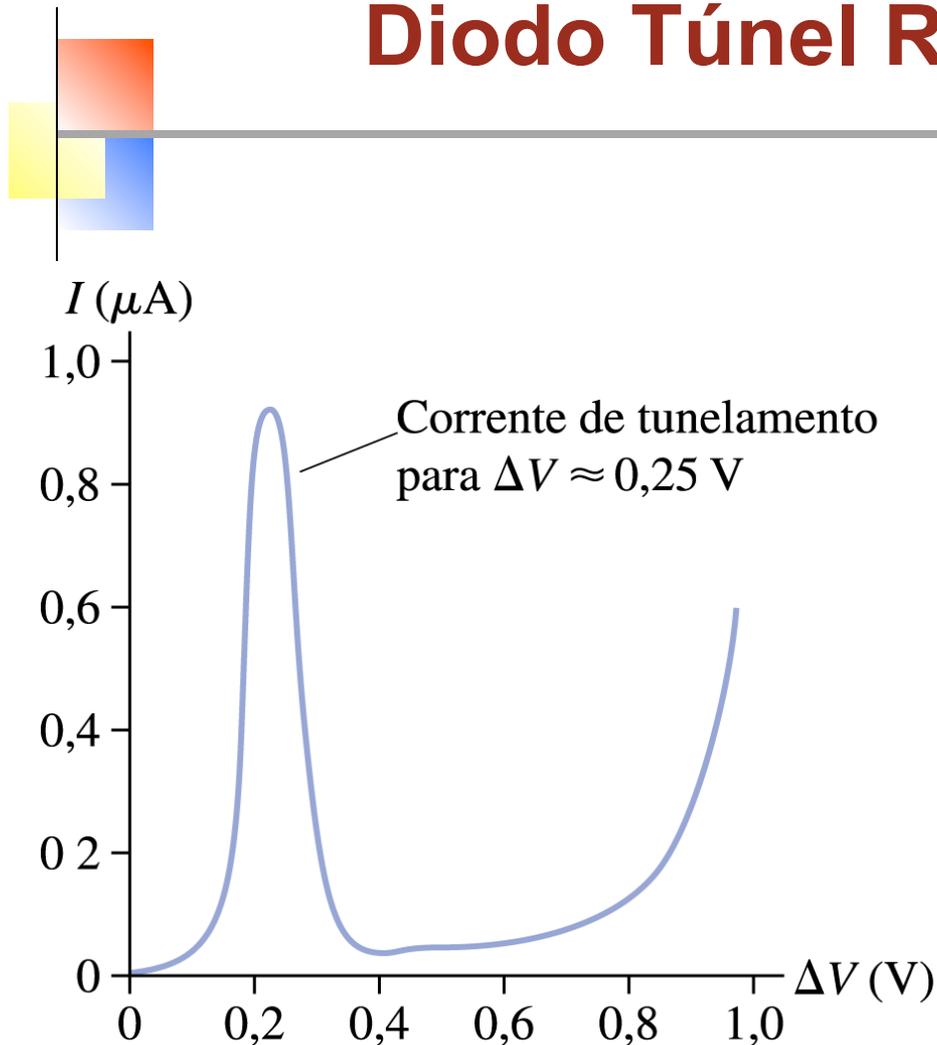


Diodo Túnel Ressonante

(c) O tunelamento pára quando as energias deixam de ser iguais.



Diodo Túnel Ressonante



Dados experimentais de uma estrutura com uma camada de 4nm de GaAs entre duas barreiras de 10 nm de GaAlAs

Há uma faixa estreita de voltagens próximas a 0,25V onde a corrente aumenta em 10 vezes.

Aplicação: Circuitos digitais de computadores